

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA MECÂNICA

**MODELAGEM DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR COM E  
SEM MUDANÇA DE FASE NO RESFRIAMENTO POR  
SPRAY (“*SPRAY COOLING*”)**

Dissertação submetida à

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

para obtenção do grau de

**MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**ANTÔNIO JOSÉ LÜCKMANN**

Florianópolis, setembro de 2010

Catálogo na fonte pela Biblioteca Universitária  
da  
Universidade Federal de Santa Catarina

L941m Lückmann, Antônio José

Modelagem da transferência de calor com e sem mudança de Fase no resfriamento por spray ("Spray Cooling") [dissertação] / Antônio José Lückmann ; orientador, Jader Riso Barbosa Júnior. - Florianópolis, SC, 2010.  
189 p.: il., grafs., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia mecânica. 2. Resfriamento por spray. 3. Escoamento multifásico. 4. mudança de fase. I. Barbosa Junior, Jader Riso. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU 621

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ANTÔNIO JOSÉ LÜCKMANN**

**MODELAGEM DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR COM E  
SEM MUDANÇA DE FASE NO RESFRIAMENTO POR  
SPRAY (“*SPRAY COOLING*”)**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de:

**MESTRE EM ENGENHARIA**

**ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Área de Concentração de Engenharia e Ciências Térmicas**

sendo aprovada em sua forma final.

---

Prof. Jader Riso Barbosa Junior, Ph.D. – Orientador

---

Prof. Eduardo Alberto Fancello, D.Sc. – Coordenador do Curso

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Vicente de Paulo Nicolau, Dr. – Presidente

---

Prof. José Antônio Bellini da Cunha Neto, Dr.

---

Prof. Júlio César Passos, Dr.



Aos meus pais por todos os ensinamentos e pelo carinho, apoio e compreensão que me deram ao longo da vida. E à Taise, que faz os meus dias mais felizes. Que sua trajetória possa ser tão brilhante quanto é sua presença.



## **Agradecimentos**

Primeiramente a Deus, que sempre me coloca nos lugares onde preciso estar, ilumina meu caminho, abre minha mente e purifica meu coração. Sem Ele, nada teria sido possível.

Ao professor Jader Riso Barbosa Jr. pelos conhecimentos passados, pela dedicação, pela paciência e pela amizade, cuja contribuição com certeza transcende este trabalho.

Aos meus pais pelo apoio, pela preocupação, pelo incentivo e pelas orações, sem as quais eu nunca teria chegado até aqui.

À minha namorada Taise pelo apoio e pela compreensão nas horas de ausência.

A todos os amigos do POLO, em especial ao Tobias, pelas discussões e conhecimentos partilhados, e principalmente por sua amizade durante todos esses anos, o que tornou a jornada mais amena e marcante.

Aos membros da Banca Examinadora pela disposição em avaliar este trabalho.

Ao corpo docente do Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, pelos conhecimentos transmitidos e esforço continuado na busca do saber.

A todos aqueles que ajudaram na motivação, discussões e entusiasmo ao longo desta importante fase da minha vida.





"Não deixe que a saudade sufoque, que a rotina acomode, que o medo impeça de tentar. Desconfie do destino e acredite em você. Gaste mais horas realizando que sonhando, fazendo que planejando, vivendo que esperando porque, embora quem quase morre esteja vivo, quem quase vive já morreu."

(Luís Fernando Veríssimo)



## Resumo

Nos últimos vinte anos, com a progressiva miniaturização de equipamentos e sistemas de engenharia e o conseqüente aumento das taxas com que calor é dissipado por unidade de área, diferentes tecnologias vêm sendo avaliadas para o resfriamento de altos fluxos de calor em componentes eletrônicos. Sistemas de resfriamento envolvendo a mudança de fase líquido-vapor de um fluido de trabalho, como termossifões bifásicos e ebulição em convecção forçada em microcanais, são atualmente experimentados em diversas aplicações. Dentre as alternativas mais promissoras, destaca-se o resfriamento por jatos bifásicos ("*spray cooling*"), o qual consiste na atomização de um fluido de trabalho no estado líquido através de um injetor (ou um arranjo de injetores) direcionado à superfície a ser resfriada. Dependendo das condições de operação, uma fina película de líquido pode cobrir totalmente a superfície aquecida e diferentes regimes de transferência de calor por ebulição podem se fazer presentes. Tais cenários proporcionam elevados valores do coeficiente de transferência de calor por convecção, fazendo com que um alto fluxo de calor possa ser removido mediante um pequeno grau de superaquecimento da superfície do aquecedor.

Este trabalho apresenta uma análise teórica do processo de resfriamento com um único spray incidindo perpendicularmente a uma superfície plana voltada para cima. O modelo matemático para o campo de velocidades, temperaturas e concentração de gotículas por unidade de volume de spray é baseado em uma formulação de dois fluidos diferencial quasi-bidimensional que considera a variação radial dos campos de velocidade no spray por meio de perfis gaussianos. Um critério para a existência de um filme contínuo sobre a superfície aquecida é apresentado com base na relação entre a frequência com que as gotas atingem a superfície e o tempo de ciclo de vida das mesmas, o qual é definido com o tempo decorrido ao longo do impacto, espalhamento e secagem total de uma gota.

Quando as condições de operação são tais que um filme líquido contínuo é formado, um modelo matemático é proposto para se determinar a variação da espessura da película em função da

distância radial a partir do eixo de simetria do jato. Tal modelo é baseado em um balanço de quantidade de movimento no filme, levando em conta a transferência de quantidade de movimento ao filme por parte das gotas incidentes e assumindo que o perfil de velocidades no filme obedeça à lei-log universal. A transferência de calor por ebulição no filme fino é computada com base em um modelo de superposição onde a parcela de ebulição nucleada é computada por meio da correlação de Nishikawa para filmes líquidos finos. O modelo é verificado a partir de dados experimentais obtidos por diversos autores para fluidos de trabalho como água, FC-72 e R-134a, onde se observa uma concordância da ordem de  $\pm 30\%$  para o coeficiente de transferência de calor médio.

Um modelo matemático também é apresentado para a transferência de calor no regime de filme líquido descontínuo, o qual é baseado naquele proposto por Aoki para a evaporação de uma gotícula impactando sobre uma superfície. O modelo proposto combina o modelo de Aoki para a fração da superfície coberta pelas gotas com um modelo para a convecção forçada monofásica na fração da superfície em contato direto com o vapor.

**Palavras-chave:** resfriamento por spray, escoamento multifásico, mudança de fase.

## **Abstract**

Over the last twenty years, with the progressive miniaturization trend of engineering systems, there has been a continuous increase of the rates with which heat is dissipated per unit area in electronic equipment. Among the many technologies under constant evaluation and development for cooling of high heat fluxes, such as two-phase thermosyphons, heat pipes and forced convection boiling in microchannels, spray cooling is one of the most promising due to the high heat transfer coefficients involved. The technique consists of atomizing a working fluid through a nozzle (or a nozzle array) directed toward the surface to be cooled. Depending on the operating conditions, a thin liquid film can cover completely the heated surface and various regimes of boiling heat transfer can be present. These conditions provide high values for the heat transfer coefficient, which enables the removal of the large heat transfer rates with a small superheating of the heater wall.

This work presents a theoretical analysis of the cooling process with a single spray perpendicular to an upward-facing flat plate heater. The mathematical model for determining the phase velocities, temperatures and droplet concentration per unit volume in the spray is based on a two-fluid quasi two-dimensional differential formulation which considers the variation of velocities in the radial direction via Gaussian distributions. A criterion for the existence of a continuous film on the heated surface is presented based on the relation between the droplet lifetime on the heated surface and the frequency with which it reaches the heated surface.

When the operating conditions are such that a continuous liquid film is formed, a mathematical model is proposed to determine the variation of the film thickness as a function of the radial distance from the spray center line. This model is based on mass and momentum balances, taking into account the momentum transfer to the film by the drops which impact on its free surface. A universal log-law velocity profile is assumed in the liquid film. Boiling heat transfer in the thin film is computed based on a superposition model using the thin liquid film boiling correlation of Nishikawa. The model is verified against experimental data obtained by several authors for

working fluids such as water, FC-72 and R-134a, with an average agreement of  $\pm 30\%$  for the average heat transfer coefficient.

A mathematical model was also developed for heat transfer in the discontinuous liquid film regime based on the theory advanced by Aoki for the evaporation of a single droplet impacting on a surface. The proposed calculation method combines the Aoki model for the fraction of the surface covered by the drops with a model for the single-phase forced convection heat transfer in the fraction of the surface in direct contact with the vapor.

**Key-words:** spray cooling, multiphase flow, phase change.

# Sumário

<b>Lista de Símbolos .....</b>	<b>17</b>
<b>Lista de Figuras .....</b>	<b>26</b>
<b>Lista de Tabelas .....</b>	<b>30</b>
<b>1 Introdução .....</b>	<b>31</b>
1.1 Objetivo .....	43
1.2 Metas .....	43
1.3 Prólogo.....	43
<b>2 Revisão Bibliográfica.....</b>	<b>45</b>
2.1 Estado da arte do <i>spray cooling</i> .....	45
2.2 Modelagem do <i>spray cooling</i> .....	47
2.3 Estudos experimentais sobre <i>spray cooling</i> .....	54
2.4 Ebulição nucleada em filmes finos .....	59
2.5 Escopo do trabalho.....	62
<b>3 Modelo do Spray .....</b>	<b>63</b>
3.1 Conservação da massa .....	65
3.2 Conservação da quantidade de movimento.....	69
3.3 Conservação da energia .....	74
3.4 Modelagem dos termos geométricos .....	76
3.5 Modelagem dos termos de transporte.....	79
3.6 Derivada da temperatura na interface da gotícula .....	84
3.7 Sistema de equações .....	86
3.8 Perfil gaussiano para a velocidade das gotículas .....	88
<b>4 Modelo de Integração entre Spray e Filme.....</b>	<b>91</b>
4.1 Cálculo da razão de cobertura .....	94
4.2 Cálculo do tempo de deformação .....	95
4.3 Cálculo do tempo de evaporação.....	96
4.4 Cálculo do tempo de ciclo .....	100
4.5 Critérios para definição do tipo de filme formado.....	102
<b>5 Modelo do Filme Contínuo .....</b>	<b>105</b>
5.1 Conservação da massa .....	106
5.2 Conservação da quantidade de movimento.....	110
5.3 Distribuição de temperaturas na superfície.....	113
5.4 Coeficiente de transferência de calor médio .....	115

<b>6</b>	<b>Modelo de Filme Descontínuo .....</b>	<b>117</b>
6.1	Coeficiente de transferência de calor médio .....	118
6.2	Modelagem dos termos de transporte .....	120
<b>7</b>	<b>Método de Solução.....</b>	<b>123</b>
7.1	Procedimento de solução do <i>spray</i> .....	127
7.2	Procedimento de solução do modelo de integração.....	129
7.3	Procedimento de solução do filme contínuo .....	130
7.4	Procedimento de solução do filme descontínuo .....	135
<b>8</b>	<b>Validação e Resultados.....</b>	<b>137</b>
8.1	Validação do modelo do <i>spray</i> .....	137
8.2	Validação do modelo do filme contínuo .....	145
8.3	Validação do modelo do filme descontínuo .....	160
<b>9</b>	<b>Conclusões .....</b>	<b>163</b>
<b>10</b>	<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>167</b>
	<b>Apêndice A .....</b>	<b>175</b>
	<b>Apêndice B .....</b>	<b>177</b>
	<b>Apêndice C .....</b>	<b>183</b>
	<b>Apêndice D .....</b>	<b>189</b>



## Lista de Símbolos

### Letras Arábicas

Símbolo	Descrição	Unidades
$a_G$	Raio das gotículas	$m$
$A$	Área	$m^2$
$A^*$	Área da superfície de contato da gotícula com disco durante o impacto	$m^2$
$A_{proj,G}$	Área projetada de uma gotícula	$m^2$
$A_T$	Área transversal do cone do spray	$m^2$
$A_{T,F}$	Área transversal do cone do spray ao atingir a superfície	$m^2$
$A_{W,cone}$	Área da superfície abaixo do cone do spray	$m^2$
$B_f$	Fator de sopro para o coeficiente de arrasto	-
$B_h$	Fator de sopro para o coeficiente de convecção	-
$c_p$	Calor específico	$J/kgK$
$C_1$	Constante da solução de $T_G$	-
$C_2$	Constante da solução de $T_G$	-
$C_3$	Constante da solução de $T_G$	-
$C_D$	Coeficiente de arrasto das gotículas corrigido para efeito sopro	-
$C_D^*$	Coeficiente de arrasto das gotículas sem o efeito sopro	-

$C_n$	Constante da solução de $T_G$	-
$d$	Diâmetro	$m$
$d^*$	Diâmetro da superfície de contato da gotícula com disco durante o impacto	$m$
$d_{32}$	Diâmetro médio de Sauter	$m$
$d_F$	Diâmetro do disco formado pelo impacto de uma gotícula	$m$
$d_{F,\max}$	Valor máximo do diâmetro do disco formado pelo impacto de uma gotícula	$m$
$d_w$	Diâmetro da superfície	$m$
$E$	Função auxiliar utilizada na solução do perfil de temperaturas das gotículas	-
$f$	Função gaussiana	-
$f_{\max}$	Valor máximo da função gaussiana	-
$F$	Força de cisalhamento	$N$
$F_1$	Função auxiliar utilizada para cálculo de $\overline{h_{conv,V}}$	-
$F_B$	Força de corpo	$N$
$F_S$	Força de superfície	$N$
$FN$	Número de fluxo do spray	-
$g$	Aceleração da gravidade	$m/s^2$
$G$	Função auxiliar utilizada na solução de $T_G$	-
$G_1$	Função auxiliar utilizada para cálculo de $\overline{h_{conv,V}}$	-
$h$	Coeficiente de transferência de calor	$W/m^2 K$

$\bar{h}$	Coeficiente médio de transferência de calor	$W/m^2 K$
$h_{conv,G}$	Coeficiente de convecção das gotículas corrigido para efeito sopro	$W/m^2 K$
$h_{conv,G}^*$	Coeficiente de convecção das gotículas sem o efeito sopro	$W/m^2 K$
$\overline{h_{conv,V}}$	Coeficiente de convecção do vapor sobre o filme corrigido para efeito sopro	$W/m^2 K$
$\overline{h_{conv,V}^*}$	Coeficiente de convecção do vapor sobre o filme sem o efeito sopro	$W/m^2 K$
$h_{ebul}$	Coeficiente de transferência de calor devido à ebulição nucleada	$W/m^2 K$
$\overline{h_{ebul}}$	Coeficiente médio de transferência de calor devido à ebulição nucleada	$W/m^2 K$
$h_{LV}$	Entalpia específica de mudança defase líquido-vapor	$J/kg$
$\overline{h_{W,inj}}$	Coeficiente médio de transferência de calor da superfície utilizando $T_{G,inj}$ como referência	$W/m^2 K$
$\overline{h_{W,L,def}}$	Coeficiente médio de transferência de calor durante a deformação da gotícula	$W/m^2 K$
$\overline{h_{W,L,est}}$	Coeficiente médio de transferência de calor após a deformação da gotícula	$W/m^2 K$
$\overline{h_{W,sat}}$	Coeficiente médio de transferência de calor da superfície utilizando $T_{sat}$ como referência	$W/m^2 K$
$H$	Altura do cone	$m$
$k$	Condutividade térmica	$W/mK$
$K$	Variável auxiliar utilizada na solução de $T_G$	-
$L$	Aresta do cubo	$m$
$L_{quebra}$	Comprimento da zona de quebra do spray	$m$
$m$	Constante utilizada no cálculo de $h_{ebul}$	-
$\dot{m}$	Vazão em massa	$kg/s$

$\dot{m}''$	Fluxo de massa	$kg/m^2.s$
$\dot{m}_{ent,F}$	Vazão em massa que entra no volume de controle do filme	$kg/s$
$\dot{m}_{sai,F}$	Vazão em massa que sai do volume de controle do filme	$kg/s$
$\dot{m}\dot{o}m''$	Fluxo de quantidade de movimento	$kg/m.s^2$
$\dot{m}\dot{o}m_{ent,F}$	Taxa de quantidade de movimento que entra do volume de controle do filme	$kg.m/s^2$
$\dot{m}\dot{o}m_{sai,F}$	Taxa de quantidade de movimento que sai do volume de controle do filme	$kg.m/s^2$
$n$	Constante utilizada no cálculo de $h_{ebul}$	-
$\hat{n}$	Vetor unitário normal à superfície.	-
$N$	Número de gotículas	-
$N_G'''$	Número de gotículas por unidade de volume	$m^{-3}$
$Nu$	Número de Nusselt	-
$Pr$	Número de Prandtl	-
$\dot{q}''$	Fluxo de calor	$W/m^2$
$r$	Distância radial	$m$
$r_{cone}$	Raio do cone do spray	$m$
$r_F$	Distância radial no filme	$m$
$r_{F,ant}$	Distância radial anterior no filme	$m$
$r_G$	Distância radial nas gotículas	$m$
$r_W$	Raio da superfície	$m$

$R$	Raio da base do cone	$m$
$R_C$	Razão de cobertura da superfície pelo líquido	-
$\dot{R}_{int}$	Taxa de variação da posição da interface líquido-vapor	$m/s$
$Re$	Número de Reynolds	-
$t$	Tempo	$s$
$t_{imp}$	Tempo despendido pelas gotículas da saída do atomizador até o impacto com a superfície	$s$
$T$	Temperatura	$K$
$T_{sat}$	Temperatura de saturação	$K$
$\bar{T}$	Temperatura média	$K$
$\langle T_w \rangle$	Temperatura média da superfície na área	$K$
$u^+$	Velocidade radial adimensional do filme	$m/s$
$u^*$	Velocidade de fricção turbulenta do filme	$m/s$
$u_F$	Velocidade radial do filme	$m/s$
$U$	Velocidade radial média	$m/s$
$V$	Velocidade média	$m/s$
$V_{G,centro}$	Velocidade das gotículas de líquido na linha de centro do spray	$m/s$
$V_{tube}$	Velocidade média em uma tubulação com o mesmo diâmetro do orifício do atomizador	$m/s$
$\forall$	Volume	$m^3$
$\forall_D$	Volume do disco formado pelo impacto de uma gotícula	$m^3$

$\nabla_D^*$	Volume do disco durante o impacto da gotícula	$m$
$We$	Número de Weber	-
$x$	Variável da função gaussiana	-
$\bar{x}$	Variável média da função gaussiana	-
$X_2$	Função auxiliar para cálculo de $h_{ebul}$	-
$y$	Comprimento axial do filme	$m$
$y^+$	Comprimento adimensional axial do filme	$m$
$z$	Comprimento axial	$m$
$z_{ant}$	Posição axial anterior	$m$
$z_{max}$	Distância entre o atomizador e a superfície	$m$
$\hat{z}$	Vetor unitário axial em $z$	-

### **Letras Gregas**

Símbolo	Descrição	Unidades
$\alpha$	Fração volumétrica de líquido	-
$\alpha_F$	Fração volumétrica de líquido no impacto das gotículas com o filme	-
$\alpha_{T,L}$	Difusividade térmica da fase líquida	$m^2/s$
$\delta_F$	Espessura do filme	$m$
$\delta_{F,0}$	Espessura inicial do filme	$m$

$\overline{\delta_F}$	Espessura média do filme	$m$
$\delta_F^+$	Espessura do filme adimensional	-
$\delta_U^*$	Espessura da subcamada limite viscosa do filme	$m$
$\delta_U^{*+}$	Espessura adimensional da subcamada limite viscosa do filme	-
$\overline{\delta_U^*}$	Espessura média da subcamada limite viscosa do filme	$m$
$\delta_T^*$	Espessura da subcamada limite térmica do filme	$m$
$\overline{\delta_T^*}$	Espessura media da subcamada limite térmica do filme	$m$
$\Delta A$	Elemento de área	$m^2$
$\Delta N_G$	Número de gotículas no volume de controle	-
$\Delta P_{inj}$	Diferença de pressão no injetor	$Pa$
$\Delta r_F$	Comprimento radial do volume de controle do filme	$m$
$\Delta \forall$	Volume do volume de controle	$m^3$
$\Delta T_{sat}$	Diferença entre a temperatura média da superfície e a temperatura de saturação	$K$
$\Delta z$	Comprimento axial do volume de controle do spray	$m$
$\lambda$	Variável auxiliar utilizada na solução de $T_G$	-
$\varphi$	Fator utilizado no cálculo da velocidade de injeção da fase vapor	-
$\xi$	Variável auxiliar utilizada na solução de $T_G$	-
$\mu$	Viscosidade dinâmica	$Pa.s$
$\nu$	Viscosidade cinemática	$Pa.s$

$\rho$	Massa específica	$kg/m^3$
$\sigma$	Tensão superficial	$N/m$
$\sigma_{pad}$	Desvio padrão da função gaussiana	-
$\tau$	Tensão de cisalhamento	$N/m^2$
$\tau_{ciclo}$	Tempo entre o impacto sucessivo de duas gotículas em um mesmo ponto	$s$
$\tau_{def}$	Tempo de espalhamento da gotícula	$s$
$\tau_{evap}$	Tempo para a gotícula evaporar totalmente	$s$
$\tau^*$	Tensão de cisalhamento sem efeito sopro.	$N/m^2$
$\bar{\tau}$	Tensão de cisalhamento média na superfície	$N/m^2$
$\theta_a$	Ângulo de contato do líquido com a superfície	$rad$
$\theta_{spray}$	Ângulo do cone do spray	$rad$
$\Theta$	Variável auxiliar utilizada na solução de $T_G$	$K$
$\Theta_{inj}$	Variável auxiliar utilizada na solução de $T_G$	$K$
$\Omega$	Desvio padrão utilizado na distribuição gaussiana de velocidades	-

### **Sub-Índices**

Símbolo	Descrição
1	Superfície de controle 1
2	Superfície de controle 2



$F$	Filme
$G$	Gotículas
$G, F$	Impacto das gotículas sobre o filme
$inj$	Injeção
$int$	Interfacial
$L$	Fase líquida
$lat$	Lateral
$LV$	Vapor sobre o líquido
$n$	Enésimo termo
$V$	Fase vapor
$VL$	Líquido sobre o vapor
$W$	Superfície a ser resfriada
$z$	Direção $z$

## Lista de Figuras

<b>Figura 1.1</b> – Quebra do líquido em gotículas.....	34
<b>Figura 1.2</b> – Indução do vapor no interior do cone do spray. ....	34
<b>Figura 1.3</b> – (a) Atomizador de pressão de cone cheio ; (b) Atomizadores de pressão e rotação de cone vazado (pressure swirl nozzle); (c) Atomizador com injeção de gás interna; (d) Atomizador com injeção de gás externa.....	35
<b>Figura 1.4</b> – Diagrama esquemático do resfriamento de superfícies por sprays. ....	37
<b>Figura 1.5</b> – Curva de ebulição para o spray cooling. ....	38
<b>Figura 1.6</b> – Curva de ebulição construída com dados experimentais.	40
<b>Figura 1.7</b> – Compressor em miniatura de 300 W.....	42
<b>Figura 2.1</b> – Taxa de evaporação e temperatura média das gotículas como função da distância do injetor. ....	47
<b>Figura 2.2</b> – Divisão do filme de líquido em regiões.....	50
<b>Figura 2.3</b> – Microranhuras piramidais usinadas sobre a superfície a ser resfriada.....	56
<b>Figura 2.4</b> – Distribuição do coeficiente de transferência de calor em $W/cm^2K$ para (a) 0,234; (b) 0,352; (c) 0,528 $ml/cm^2s$ .....	57
<b>Figura 2.5</b> – Campo de velocidade axial e flutuação de velocidade no spray. ....	58
<b>Figura 2.6</b> – Comparação entre o coeficiente de transferência de calor do spray cooling (pontos) e da ebulição em banho.....	59
<b>Figura 2.7</b> – Efeito da espessura do filme na transferência de calor da ebulição nucleada. ....	60
<b>Figura 3.1</b> – Geometria do problema do spray cooling. ....	63
<b>Figura 3.2</b> – Volume de controle infinitesimal adotado para o spray....	64
<b>Figura 3.3</b> – Balanço de massa na interface entre as fases líquida e vapor. ....	65
<b>Figura 3.4</b> – Balanço de quantidade de movimento na interface entre as fases líquida e vapor.....	70

<b>Figura 3.5</b> – Balanço de energia na interface entre as fases líquida e vapor.....	74
<b>Figura 3.6</b> – Área transversal do spray.....	78
<b>Figura 3.7</b> – Volume de controle adotado para análise isolada de uma gotícula de líquido.....	83
<b>Figura 4.1</b> – Modelo de espalhamento da gotícula na superfície.....	91
<b>Figura 4.2</b> – Divisão da região de impacto do spray em cubos de lado $L$ .....	101
<b>Figura 4.3</b> – Condições para determinação do tipo de filme formado sobre a superfície. ....	103
<b>Figura 5.1</b> – Volume de controle infinitesimal adotado para o filme... ..	105
<b>Figura 5.2</b> – Modelagem do filme de líquido assumindo duas camadas hidrodinâmicas.....	106
<b>Figura 5.3</b> – Trajetória de uma gotícula para cálculo da velocidade radial. ....	111
<b>Figura 6.1</b> – Filme disperso sobre a superfície. ....	117
<b>Figura 7.1</b> – Fluxograma geral do modelo do spray cooling. ....	123
<b>Figura 7.2</b> – Fluxograma de solução do modelo do spray. ....	128
<b>Figura 7.3</b> – Fluxograma de solução do modelo de integração spray-filme. ....	129
<b>Figura 7.4</b> – Fluxograma de solução do modelo do filme contínuo....	132
<b>Figura 7.5</b> – Fluxograma de solução do modelo do filme descontínuo. ....	136
<b>Figura 8.1</b> – Velocidades das gotículas e da fase vapor como função da distância do injetor.....	139
<b>Figura 8.2</b> – Velocidade das gotículas na linha de centro e média em função da distância do injetor.....	140
<b>Figura 8.3</b> – Perfil de velocidades das gotículas em $z = 20$ mm comparado com dados de Hsieh e Tien (2004). ....	140
<b>Figura 8.4</b> – Perfil de velocidades das gotículas em $z = 40$ mm comparado com dados de Hsieh e Tien (2004). ....	141
<b>Figura 8.5</b> – Perfil de velocidades das gotículas em $z = 60$ mm comparado com dados de Hsieh e Tien (2004). ....	141

<b>Figura 8.6</b> – Perfil de velocidades das gotículas em $z = 80$ mm comparado com dados de Hsieh e Tien (2004). ....	142
<b>Figura 8.7</b> – Temperatura média das gotículas em função da distância do injetor. ....	143
<b>Figura 8.8</b> – Taxa de evaporação por unidade de área em função da distância do injetor. ....	143
<b>Figura 8.9</b> – Raio médio das gotículas em função da distância do injetor. ....	144
<b>Figura 8.10</b> – Espessura do filme em função da distância radial. ....	147
<b>Figura 8.11</b> – Espessura do filme em função da diferença de pressão no injetor. ....	148
<b>Figura 8.12</b> – Tensão de cisalhamento média em função da vazão de injeção. ....	149
<b>Figura 8.13</b> – Temperatura da superfície em função do fluxo de calor aplicado para o FC-72 comparada com dados de Ashwood (2006)...	150
<b>Figura 8.14</b> – Temperatura da superfície em função do fluxo de calor aplicado para o FC-74 comparada com dados de Ashwood (2006)...	151
<b>Figura 8.15</b> – Temperatura da superfície em função do fluxo de calor aplicado para o FC-40 comparada com dados de Ashwood (2006)...	151
<b>Figura 8.16</b> – Coeficiente de transferência de calor em função do fluxo de calor para o FC-72 comparada com dados de Ashwood (2006)....	152
<b>Figura 8.17</b> – Coeficiente de transferência de calor em função do fluxo de calor para o FC-74 comparada com dados de Ashwood (2006)....	152
<b>Figura 8.18</b> – Coeficiente de transferência de calor em função do fluxo de calor para o FC-40 comparada com dados de Ashwood (2006)....	153
<b>Figura 8.19</b> – Coeficiente de transferência de calor em função da temperatura da superfície comparado com dados de Fabbri <i>et al.</i> (2005).....	154
<b>Figura 8.20</b> – Fluxo de calor em função da temperatura da superfície comparado com dados de Estes e Mudawar (1995).....	155
<b>Figura 8.21</b> – Coeficiente de transferência de calor em função da distância da linha de centro comparado com dados de Freund <i>et al.</i> (2007).....	155

<b>Figura 8.22</b> – Coeficiente de transferência de calor para a água em função da temperatura da superfície comparado com dados de Hsieh <i>et al.</i> (2007).....	156
<b>Figura 8.23</b> – Coeficiente de transferência de calor para a água em função da temperatura da superfície comparado com dados de Hsieh <i>et al.</i> (2007).....	157
<b>Figura 8.24</b> – Coeficiente de transferência de calor para o R134a em função da temperatura da superfície comparado com dados de Hsieh <i>et al.</i> (2007).....	157
<b>Figura 8.25</b> – Coeficiente de transferência de calor para o R134a em função da temperatura da superfície comparado com dados de Hsieh <i>et al.</i> (2007).....	158
<b>Figura 8.26</b> – Coeficientes de transferência de calor do modelo comparado ao experimental quando não há ebulição nucleada.....	159
<b>Figura 8.27</b> – Coeficientes de transferência de calor do modelo comparado ao experimental quando há ebulição nucleada.....	159
<b>Figura 8.28</b> – Temperatura da superfície em função do fluxo de calor aplicado para um filme descontínuo.....	161

## Lista de Tabelas

<b>Tabela 2.1</b> – Resumo dos modelos da literatura (parte 1).....	53
<b>Tabela 2.2</b> – Resumo dos modelos da literatura (parte 2).....	54
<b>Tabela 2.3</b> – Resumo dos modelos da literatura (parte 3).....	54
<b>Tabela 8.1</b> – Parâmetros de entrada da validação do modelo do spray. .....	138
<b>Tabela 8.2</b> – Parâmetros de entrada da validação do modelo do filme contínuo. ....	146
<b>Tabela 8.3</b> – Parâmetros de entrada da validação do modelo do filme contínuo. ....	146
<b>Tabela 8.4</b> – Efeito do fluxo de calor aplicado no valor da espessura do filme. ....	148
<b>Tabela 8.5</b> – Resumo dos resultados da transferência de calor para o modelo do filme contínuo.....	160

## 1 Introdução

Existe atualmente na indústria uma crescente demanda por sistemas de resfriamento/refrigeração cada vez menores e mais eficientes. São inúmeras as aplicações onde é exigido que se tenha uma grande troca de calor em superfícies de dimensões reduzidas.

Um exemplo onde esta exigência torna-se altamente crítica é no gerenciamento térmico de microprocessadores e componentes eletrônicos. Calor é gerado internamente em todos os componentes eletrônicos durante sua operação normal. A remoção eficiente desse calor é de extrema importância para se manter a temperatura ideal de operação, evitando assim que ocorram falhas por superaquecimento<sup>1</sup> e obtendo maior vida útil e melhor desempenho do equipamento. Além disso, a temperatura dos componentes deve também ser mantida constante, com o mínimo transiente. Variações de temperatura geram o chamado ciclo térmico, causando excessivas dilatações e contrações, que também podem levar a falhas. Com a atual crescente capacidade de processamento, gerada via aumento na densidade de componentes, o fluxo de calor que deve ser removido está se tornando cada vez maior. Apesar de terem sido aceitáveis durante muitos anos, as técnicas convencionais de resfriamento de componentes eletrônicos, como, por exemplo, a convecção forçada de ar gerada por um ventilador, oferecem limitada capacidade de remoção de calor. Como se não bastasse, a tendência de miniaturização citada acima faz com que o espaço disponível ao redor destes componentes fique cada vez mais reduzido, dificultando ainda mais a remoção do calor.

Assim, o desenvolvimento de componentes eletrônicos mais rápidos e compactos está fortemente condicionado ao desenvolvimento de técnicas que possibilitem a remoção de altas taxas de calor em superfícies miniaturizadas. Zhirnov *et al.* (2003) chegam à mesma conclusão e afirmam que, mesmo se um modelo totalmente diferente de transporte de elétrons for desenvolvido para aplicação

---

<sup>1</sup> Um estudo feito por Vita (2004) mostra que 55% dos casos em falha de componentes eletrônicos são devido à alta temperatura de trabalho. Outro estudo, de Staszak (2002), mostra que um incremento de 10°C na temperatura quase dobra a taxa de falha, enquanto que um incremento de 20°C triplica a chance de falha de um componente.

na lógica digital, a performance dos componentes eletrônicos não deve ir muito além da obtida pela tecnologia atual, devido principalmente às limitações na remoção do calor gerado.

Inúmeros outros exemplos, de situações em que se exige remoção eficiente de altas taxas de calor, como por exemplo, em processos metalúrgicos, onde deve haver remoção controlada de calor para se obter valores ótimos de propriedades como dureza e resistência; aplicações com lasers de diodo de alta potência, onde uma enorme quantidade de calor deve ser dissipada para se obter condições mínimas de operação; e aplicações na indústria óptica, na indústria aeroespacial e em equipamentos de fins militares.

Motivados por isto, diferentes autores vêm estudando tecnologias de resfriamento nas últimas três décadas. O objetivo é tanto descobrir novas técnicas quanto identificar, entre as já existentes, qual é a mais eficaz para solucionar algum problema que envolva remoção de altos fluxos de calor. Baixo custo, remoção de calor uniforme, baixo consumo de energia e fácil adaptação a uma gama de fluxos de calor são algumas características desejáveis nestas técnicas.

Diversos sistemas de resfriamento que fazem uso de mudança de fase líquido-vapor têm sido propostos como potenciais soluções, devido principalmente à alta parcela de calor latente inerente ao fenômeno da mudança de fase. Diferentes estudos, englobando diferentes aplicações de resfriamento bifásico estão sendo conduzidos, com uso de água ou outros fluidos refrigerantes como fluido de trabalho. Como exemplos, podemos citar as seguintes técnicas: tubos de calor, termossifões bifásicos, ebulição com convecção forçada em microcanais, ebulição nucleada em banho (*pool boiling*), resfriamento por *spray* (*spray cooling*) e resfriamento por jatos (*jet cooling*). Cada uma possui suas vantagens e desvantagens, que devem ser cuidadosamente ponderadas antes que alguma seja escolhida para uma aplicação.

Segundo Kim (2007), dentre as técnicas disponíveis para remoção de altas densidades de fluxo de calor, o resfriamento por *spray* destaca-se como uma das alternativas mais promissoras, por apresentar as seguintes características:

- Altos coeficientes de transferência de calor;
- Uniformidade na remoção de calor;
- Baixa carga de fluido de trabalho;



- Baixa velocidade de impacto das gotículas;
- Controle adequado da temperatura.

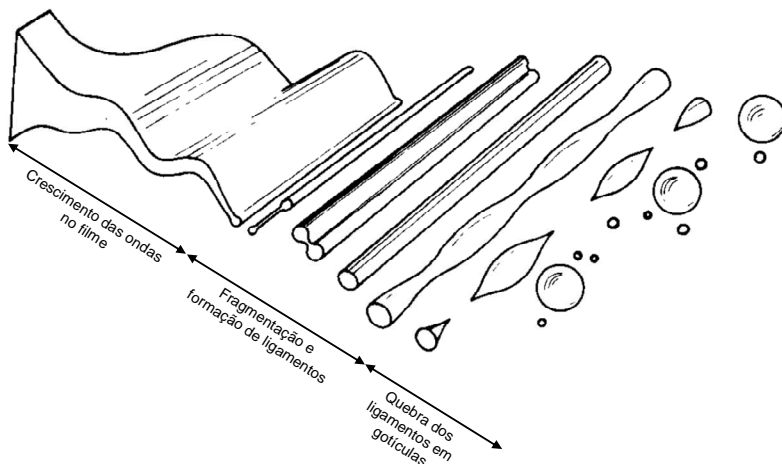
O resfriamento por *sprays* (daqui para frente também denominado pelo seu correspondente em inglês, *spray cooling*) é uma técnica em que há o resfriamento direto<sup>2</sup> de uma superfície através da aspersão desta por jatos gerados pela atomização de líquido em um bico injetor. A idéia principal de usar um *spray* é aumentar a área de contato do líquido, gerando assim maiores trocas de calor e massa.

A atomização de um líquido, um dos fenômenos chave no *spray cooling*, pode ser obtida de diferentes modos, através de diferentes atomizadores. Segundo Silva *et al.* (2003), o princípio da atomização se baseia na existência de uma grande velocidade relativa entre o líquido e o fluido do ambiente. Esta diferença de velocidades pode ser obtida, por exemplo, depositando-se um filme de líquido sobre um disco, e imprimir a este uma alta velocidade de giro. Detalhes sobre as diferentes formas de atomização podem ser obtidos em Dombrowski e Munday (1968) e Crowe (2006).

Uma maneira bastante simples e comum de se obter um *spray* é utilizar um atomizador de pressão (*pressure nozzle*), onde o líquido a ser atomizado é submetido a uma alta pressão e forçado através de orifício de pequeno diâmetro para um ambiente quiescente. O jato ou filme de líquido formado a jusante do orifício, como mostrado esquematicamente na Figura 1.1, devido à oscilação gerada principalmente pelo efeito combinado da tensão superficial com a intensa transferência de quantidade de movimento entre este e o vapor em repouso, se desintegra em pequenas gotículas. Este fenômeno é característico da zona de quebra do *spray* (Bolle e Moureau, 1982).

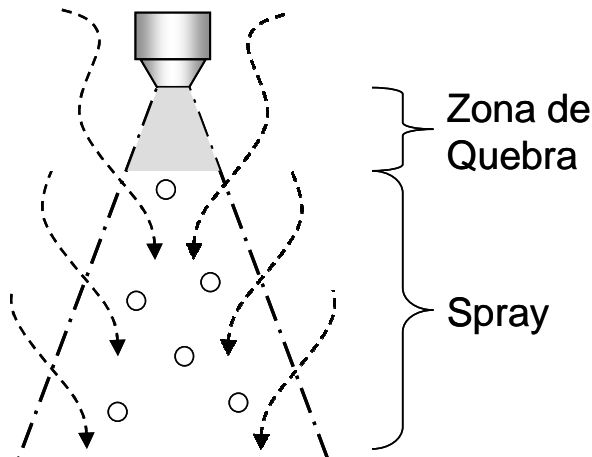
---

<sup>2</sup> Há contato direto entre o fluido refrigerante e o componente a ser resfriado.



**Figura 1.1** – Quebra do líquido em gotículas.

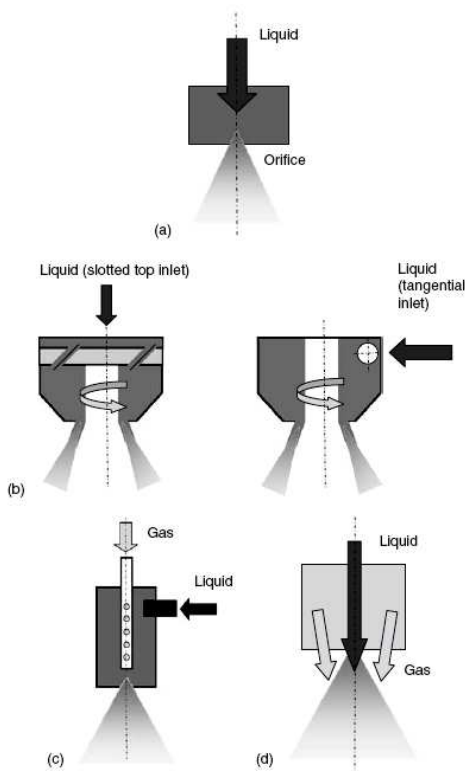
Após a zona de quebra, a troca de quantidade de movimento ocasionada pelo arraste aerodinâmico continua a agir, fazendo com que as gotículas de líquido sofram desaceleração, enquanto que o vapor é acelerado. Esta troca gera um arraste de vapor ambiente para o interior do *spray*, como esquematizado na Figura 1.2. É a indução do vapor o mecanismo responsável por gerar a abertura do cone do *spray*.



**Figura 1.2** – Indução do vapor no interior do cone do *spray*.

Diferentes qualidades de *sprays* podem ser obtidas com o uso dos diversos tipos de bicos injetores existentes. *Sprays* de cone vazado

(*hollow-cone*) são tipicamente produzidos por atomizadores que compelem o líquido para dentro de uma câmara rotativa (*swirl chamber*) a montante do orifício. Isto faz com que se forme um anel de gotículas junto à saída do injetor, devido à quantidade de movimento conferida na direção tangencial. Já *sprays* de cone cheio (*full-cone*) são produzidos por injetores que adicionam turbulência ao líquido através de micro-ranhuradas, antes de empurrá-lo através do orifício. Pode-se utilizar no resfriamento por *sprays* um único injetor ou um arranjo de destes, a depender do tamanho da área a ser resfriada. A forma do *spray* também pode variar entre circular, oval, quadrada ou retangular. Alguns tipos de bicos injetam ainda ar junto com o líquido, com o objetivo de gerar gotículas menores e mais velozes. A Figura 1.3 ilustra exemplos de atomizadores.



**Figura 1.3** – (a) Atomizador de pressão de cone cheio ; (b) Atomizadores de pressão e rotação de cone vazado (pressure swirl nozzle); (c) Atomizador com injeção de gás interna; (d) Atomizador com injeção de gás externa.

Fonte: Crowe, 2006.

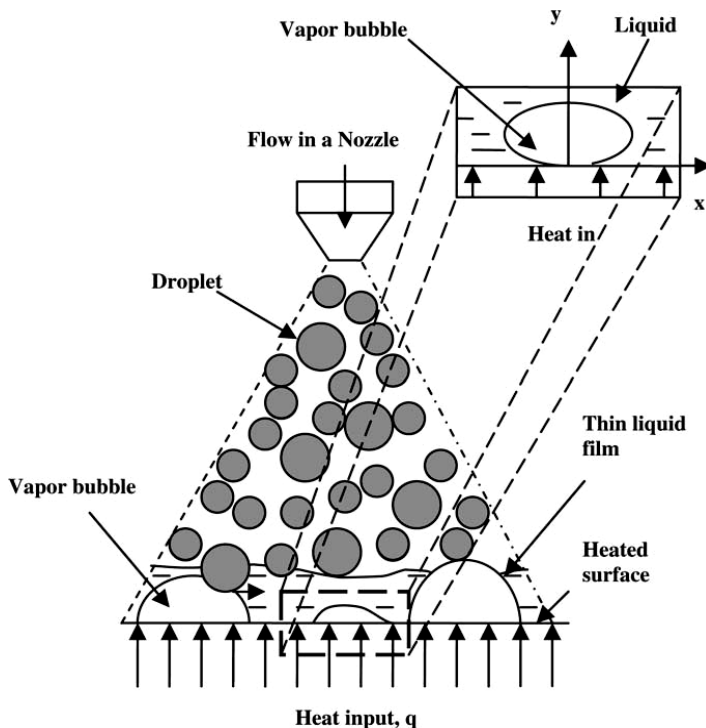
Tipicamente, um *spray* formado por um atomizador não é composto de gotículas de diâmetro uniformes, mas sim por uma vasta gama de diâmetros de gotículas. Um parâmetro bastante frequente na literatura, que é utilizado por fabricantes para caracterizar injetores, é o diâmetro médio de Sauter (SMD - *Sauter Mean Diameter*). O SMD representa um diâmetro equivalente definido pela mesma relação volume/área das gotículas que compõe o *spray*. Logo, o SMD (ou  $d_{32}$ ) é dado por:

$$d_{32} = \frac{\sum N_i d_{G,i}^3}{\sum N_i d_{G,i}^2} \quad (1.1)$$

Outro parâmetro bastante empregado nos estudos sobre o *spray cooling* é o número de Weber, que representa a razão entre as forças de inércia e as forças de tensão superficial do escoamento, e é definido por:

$$We = \frac{\rho V^2 d}{\sigma} \quad (1.2)$$

O *spray cooling* pode ser feito em circuito fechado, geralmente no interior de uma câmara pressurizada, ou em ambiente aberto. O funcionamento de um sistema típico de resfriamento por *sprays* é descrito por Ashwood (2006) da seguinte maneira: o fluido de trabalho no estado líquido é bombeado para um bico injetor, ou para um arranjo de injetores, como já comentado, posicionados a certa distância da superfície a qual se deseja resfriar. Estes injetores atomizam o fluido, gerando uma nuvem de gotículas em forma de cone, que irá impactar sobre a superfície, como esquematizado na Figura 1.4.



**Figura 1.4** – Diagrama esquemático do resfriamento de superfícies por sprays.

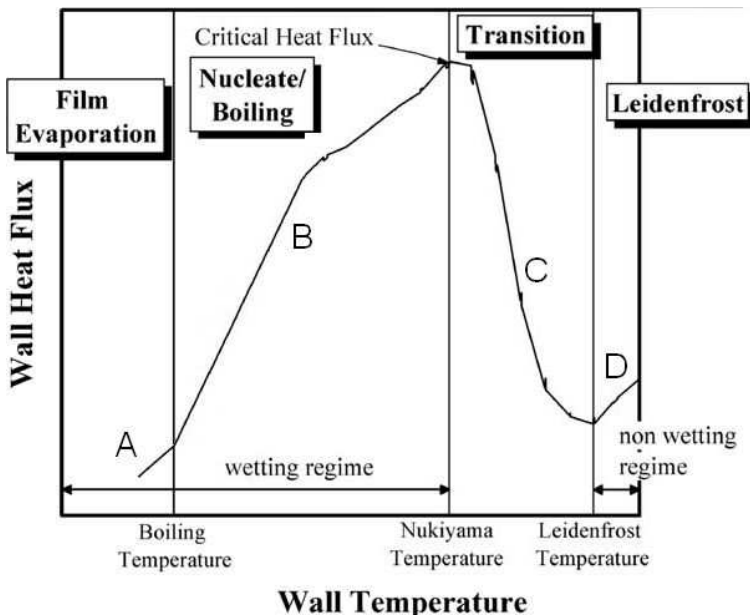
Fonte: Selvan et al., 2006.

Após o impacto das gotículas do *spray* com a superfície a ser resfriada, estas formam um fino filme de líquido que, dependendo das condições de operação, cobre ou não totalmente a superfície. O impacto subsequente das gotículas sobre o filme dá origem à chamada atomização secundária, devido aos respingos gerados.

A transmissão de calor que ocorre da superfície aquecida para o filme é caracterizada pelos altos fluxos de calor possíveis de serem removidos, mesmo quando há um baixo grau de superaquecimento<sup>3</sup>. Estudos presentes na literatura reportam fluxos de calor de até 1000 W/cm<sup>2</sup> mantendo a temperatura da superfície a 85°C (Hsieh *et al.*, 2004), ao utilizar água como fluido de trabalho no resfriamento por sprays. Quanto menor a espessura do filme, mais eficiente é a transmissão de calor (Sodtke e Stephan, 2007).

<sup>3</sup> Pequena diferença de temperatura entre a superfície e o filme de líquido.

Na Figura 1.5, pode ser visto o comportamento típico do fluxo de calor, em função da temperatura da superfície para o *spray cooling*. Observa-se um comportamento típico de transferência de calor com mudança de fase, com uma curva de ebulição (*boiling curve*) bastante característica. Nota-se claramente a existência de quatro regiões distintas, que são discutidas em detalhes a seguir.



**Figura 1.5** – Curva de ebulição para o spray cooling.

Fonte: Moreira e Panão, 2006.

Na primeira região, a convecção forçada monofásica no interior do filme é o modo dominante de transferência de calor. Aqui, a temperatura da superfície a ser resfriada é menor que a temperatura de saturação do fluido. O resultado é o chamado resfriamento por *sprays* sem mudança de fase. Com o aumento da temperatura começa a ocorrer a evaporação em filme, na interface líquido vapor.

Na região B, a aplicação de um maior fluxo de calor resulta em uma temperatura da superfície acima da temperatura de saturação do fluido de trabalho. Isto intensifica a evaporação em filme e também ocasiona a ativação de sítios de nucleação de bolhas de vapor, resultando em um aumento significativo da transferência de calor. Como notado pela inclinação da curva nas Figuras 1.5 e 1.6, um incremento moderado na temperatura da superfície é acompanhado

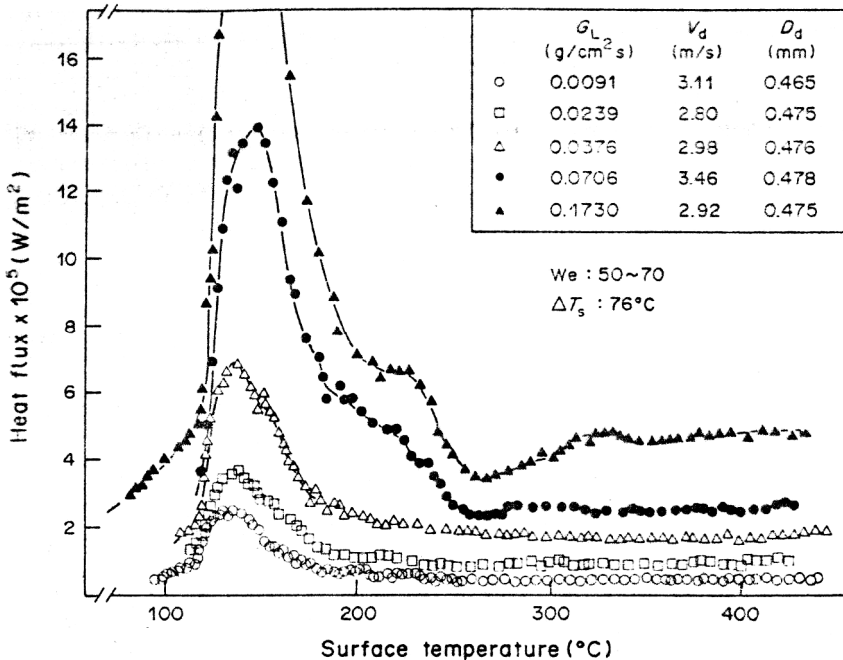
por um grande incremento no fluxo de calor. Os sítios de nucleação são gerados em sua maioria a partir de imperfeições presentes na superfície a ser resfriada. Apesar da agitação gerada pelas bolhas também aumentar bastante a convecção forçada monofásica, é a ebulição nucleada o fenômeno responsável pelos altos fluxos de calor passíveis de serem removidos nesta região.

Com o posterior aumento do fluxo de calor aplicado, a superfície vai se tornando saturada em sítios de nucleação e começa a ocorrer uma redução na capacidade de remoção de calor. O resultado é a diminuição na inclinação da curva de ebulição, até o ponto em que um pequeno aumento no fluxo de calor acarreta em uma brusca elevação da temperatura da superfície. Este é o chamado fluxo de calor crítico (CHF – Critical Heat Flux), e representa o ponto de máxima transmissão de calor possível entre a superfície e o filme. A temperatura correspondente ao CHF é denominada temperatura de Nukiyama (Moreira, 2006).

A região C corresponde a uma região de transição, onde o contato entre a superfície e o líquido ocorre de forma intermitente, devido à presença de vapor entre a superfície e o filme, proveniente da evaporação. Um subsequente aumento da temperatura vai tornando este contato cada vez mais raro até o ponto em que o líquido deixa de molhar a superfície. A temperatura mínima em que algum líquido mantém contato com a superfície é chamada de temperatura de Leidenfrost.

Na região D, como as temperaturas bastante são altas, maiores que a temperatura de Leidenfrost, ocorre o fenômeno de ebulição em filme. Observado pela primeira vez em 1756, este importante fenômeno é causado pela presença constante de uma camada de vapor, que impede qualquer contato e reduz drasticamente a transferência de calor entre o filme de líquido e a superfície aquecida.

Uma curva de ebulição para o resfriamento por *sprays*, construída a partir de dados experimentais obtidos por Yao e Choi (1987), pode ser vista na Figura 1.6.



**Figura 1.6** – Curva de ebulição construída com dados experimentais.

Fonte: Yao e Choi, 1987.

A ebulição nucleada observada no resfriamento por *sprays* difere um pouco do regime convencional de ebulição, pelo fato de ocorrer em um filme de líquido de espessura bastante reduzida. Esta situação particular leva o nome de Ebulição Nucleada em Filmes Finos (em inglês, *Nucleate Boiling at Low Liquid Levels* ou *Nucleate Boiling at Thin Liquid Films*) e fornece coeficientes de transferência de calor consideravelmente maiores do que aqueles observados na ebulição nucleada em banho (Nishikawa *et al.*, 1967; Mesler, 1976).

O incremento na transferência de calor inerente à ebulição nucleada quando em filmes finos é explicado pela evaporação de um microfilme que recobre a superfície aquecida após a formação de uma bolha (Ishibashi e Nishikawa, 1969). Segundo Mesler (1976), na ebulição em filme fino, à medida que uma bolha é formada, esta coalesce ou desprende-se rapidamente da superfície, fazendo com que o filme líquido seja restabelecido prontamente. Isto evita que ocorra a evaporação total do microfilme, como é observado na ebulição em banho. Apesar de também proporcionar uma intensificação da transferência de calor, é um fenômeno de natureza



distinta da ebulição nucleada em espaços confinados, como no trabalho de Cardoso *et al.* (2008).

Além disso, conforme apontado por Nishikawa *et al.* (1967), uma menor espessura do filme durante a ebulição altera o regime de circulação no interior do líquido, devido à convecção natural, e contribui para um maior surgimento de sítios de nucleação de bolhas, quando comparado à ebulição em banho.

O resfriamento por *sprays*, com mudança de fase, tem recebido grande atenção em diversas aplicações industriais, onde um rápido e eficiente resfriamento é requerido. Resfriamento emergencial de reatores para geração de energia nuclear, combate de micro-incêndios, resfriamento de pás de turbinas, aplicações metalúrgicas, médicas e agrícolas, e resfriamento de microcomponentes eletrônicos são apenas alguns exemplos. Nesta última, já há inclusive um exemplo de sucesso de aplicação comercial, no resfriamento de processadores nos supercomputadores Cray X1 (Pautsch, 2001).

Devido à sua complexidade, os fenômenos físicos pelos quais o calor é removido durante o *spray cooling* ainda não são totalmente compreendidos. Uma grande dificuldade encontrada é o fato de existir uma interdependência entre muitos fatores, o que dificulta análises individuais das variáveis. Outro ponto é que a ausência de um escoamento coerente a jusante do injetor dificulta a escolha de dimensões características para o desenvolvimento de correlações (Estes e Mudawar, 1995). Já para outras técnicas de resfriamento com mudança de fase, como o *jet cooling* por exemplo, a caracterização e desenvolvimento de correlações são facilitados pela existência de dimensões características bem definidas.

Apesar de inúmeros trabalhos na literatura abordarem o tema, são poucos os que estudam o *spray cooling* em sistemas fechados, com uso de fluidos refrigerantes<sup>4</sup> como fluido de trabalho. A água é indiscutivelmente o fluido mais utilizado nos estudos publicados, provavelmente devido às vantagens e conveniências associadas a esta escolha: custo, segurança e alta entalpia de vaporização. Porém, o uso da água apresenta alguns entraves, sendo que o mais importante é a necessidade de se ter a temperatura ambiente como

---

<sup>4</sup> Fluido inerte há muito utilizado na refrigeração comercial por compressão mecânica.

limite mínimo de temperatura do fluido de trabalho, o que não ocorre com o uso de refrigerantes.

Uma futura aplicação do estudo de *sprays* de fluido refrigerante seria o desenvolvimento de trocadores de calor que possam ser utilizados como evaporadores em sistemas compactos de refrigeração, o que possibilitaria o resfriamento por *sprays* a temperaturas mais baixas que a ambiente. Esta idéia é impulsionada pelos recentes progressos na concepção de compressores em escala reduzida, com considerável relação potência-peso, o que permite o desenvolvimento de sistemas de refrigeração menores. Para ilustrar, a Figura 1.7 mostra um mini compressor rotativo, fabricado pela empresa Aspen Systems.



**Figura 1.7** – Compressor em miniatura de 300 W.

Fonte: Aspen System, 2007.

A respeito da modelagem matemática do resfriamento por *sprays*, esta apresenta uma série de dificuldades devido ao fato de se ter os vários fenômenos físicos interagindo entre si num curto período de tempo. Alguns pacotes de simulação bastante sofisticados que consideram quase todas as variáveis envolvidas no processo, como o CFX e o FLUENT, estão disponíveis comercialmente. Porém, a aplicação prática destes requer profundo conhecimento de *sprays* e alguma experiência em programação (Silva *et al.*, 2003). Assim, há uma considerável demanda por modelos simples e flexíveis, que possam ser utilizados para verificar possibilidades de utilização do *spray cooling* em novas aplicações, trazendo redução de custo e tempo.

## 1.1 Objetivo

A presente dissertação tem por objetivo principal incrementar o conhecimento sobre os fenômenos físicos presentes no problema da transferência de calor por *sprays* de fluido refrigerante, visando sua futura aplicação em sistemas de refrigeração miniaturizados. Para isso, deve-se investigar detalhadamente e modelar os processos de transferência de calor com mudança de fase, pertencentes ao problema.

## 1.2 Metas

Para alcançar o objetivo proposto as seguintes metas foram delineadas:

- Desenvolver um modelo analítico/numérico para caracterizar a hidrodinâmica e a transferência de calor das gotículas *spray*, desde a sua saída do bico injetor até o impacto delas com filme que se forma sobre a superfície a ser resfriada;
- Desenvolver um modelo analítico/numérico para caracterizar a hidrodinâmica e a transferência de calor do filme de líquido que se forma sobre a superfície a ser resfriada;
- Realizar a integração entre o modelo do *spray* e o modelo do filme.

## 1.3 Prólogo

No próximo capítulo é feita uma revisão bibliográfica acerca da literatura disponível para o tema. Os capítulos 3, 4, 5 e 6 expõem as equações da modelagem matemática do problema, enquanto que o capítulo 7 presta-se à descrição da metodologia utilizada na solução das equações. O capítulo 8 contém alguns resultados e a validação do modelo. Por fim, o capítulo 9 exhibe as conclusões finais do trabalho.



## 2 Revisão Bibliográfica

Ao longo dos anos, vários trabalhos relacionados ao resfriamento de superfícies por *sprays* têm sido desenvolvidos, tanto para o regime monofásico (sem ebulição nucleada) quanto para o regime bifásico (com ebulição nucleada). A grande maioria apresenta enfoque experimental, onde o problema é estudado para diferentes fluidos de trabalho e condições de operação. Uma menor parcela presta-se à modelagem matemática dos fenômenos que governam o *spray cooling*, apresentando soluções analíticas ou numéricas. Outros autores utilizam ainda as informações disponíveis na literatura para efetuar comparações entre diferentes técnicas de resfriamento.

A seguir são revisados alguns dos trabalhos mais relevantes que abordam o estado da arte do *spray cooling* e a sua modelagem. Também são revisados na sequência estudos experimentais do resfriamento por *sprays*, alguns dos quais foram utilizados na validação do modelo proposto neste trabalho. São mostrados ainda trabalhos que estudam a ebulição nucleada em filmes finos, já que, como discutido anteriormente, a compreensão deste é de vital importância para uma correta modelagem do resfriamento por *sprays* com mudança de fase.

### 2.1 Estado da arte do *spray cooling*

Elaborado partir de uma extensa revisão bibliográfica, o trabalho de Kim (2007) apresenta uma visão geral sobre as características da técnica do resfriamento de superfície por *sprays*, abordando seus principais pontos fortes e fracos, e descrevendo os fenômenos físicos envolvidos. Alguns mecanismos de transferência de calor propostos tanto para o *spray cooling* em regime monofásico, quanto para o regime bifásico são detalhados e discutidos. Kim também apresenta uma explanação resumida sobre os efeitos que mudanças na configuração do *spray*, como a injeção de um gás não condensável junto com o líquido, a alteração da inclinação do *spray* e a utilização de superfícies de geometria não lisa, possuem sobre a eficiência do resfriamento. Segundo o autor, o parâmetro de maior influência do *spray* na transferência de calor que ocorre da superfície para o filme é a velocidade de impacto das gotículas com o filme. Alguns modelos, que objetivam reproduzir a transferência de

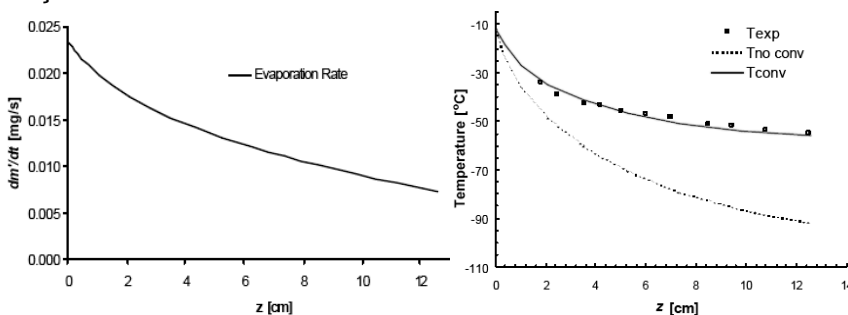
calor no resfriamento por *sprays*, são expostos. Kim conclui que a modelagem do resfriamento por *sprays* foi pouco explorada, principalmente devido ao fato de que os mecanismos atuantes no *spray cooling* são ainda pouco conhecidos. Este trabalho constitui uma fonte de referência importante e serve atualmente como introdução para qualquer estudo acerca do resfriamento de superfícies por *sprays*.

Kandlikar e Bapat (2007) realizaram um estudo comparativo entre três diferentes técnicas de remoção de altos fluxos de calor para aplicação no resfriamento de componentes eletrônicos: jatos colidentes, *sprays* e microcanais. Com base em dados disponíveis na literatura, uma revisão crítica abordando os aspectos de cada técnica é apresentada. Eles concluíram que, apesar dos fluxos de calor máximos reportados no resfriamento por jatos serem maiores (da ordem de até  $2000 \text{ W/cm}^2$  utilizando água), as técnicas do *spray cooling* e dos microcanais são mais recomendadas para aplicação em componentes eletrônicos, pois apresentam uma maior uniformidade na remoção do calor.

Shedd (2007) apresenta um estudo sobre o que ele chama de “nova geração de *spray cooling*”. Ele descreve como se deu a evolução do entendimento acerca do resfriamento por *sprays* até hoje, e qual o impacto disso no desenvolvimento desta tecnologia. O autor aborda as diferentes configurações dos sistemas de resfriamento por *sprays* atualmente estudadas. Ele também pontua alguns fatores os quais considera serem os maiores limitantes no atual desempenho destes sistemas, como por exemplo, a dificuldade de se manter um filme fino e contínuo sobre a superfície a ser resfriada. Tomando como base esses fatores, um protótipo composto de uma série de orifícios atomizadores dispostos em linha, e que formam *sprays* que incidem com ângulo de  $45^\circ$  sobre a superfície, é sugerido. Apesar de estudos preliminares do protótipo mostrarem que é possível a remoção de fluxos de calor de até  $140 \text{ W/cm}^2$ , utilizando FC-72 como fluido de trabalho, Shedd afirma que mais testes devem ser efetuados antes de se comprovar a eficiência desta nova configuração.

## 2.2 Modelagem do *spray cooling*

Aguilar *et al.* (2000) implementaram um modelo analítico para prever a temperatura média um *spray* de R134a em uma atmosfera de ar. Foi assumido que a evaporação das gotículas segue a lei do diâmetro quadrado ( $D^2-law$ )<sup>5</sup>, corrigida para o efeito da convecção forçada. A desaceleração das gotículas é modelada com base na segunda lei de Newton, considerando o arrasto entre elas e o ar quiescente. A partir da equação da conservação da energia, a temperatura média das gotículas em função da distância para o atomizador é obtida. Os resultados previstos pelo modelo foram comparados com resultados experimentais e apresentaram boa concordância, como mostrado na Figura 2.1, onde valores da taxa de evaporação e da temperatura das gotículas foram colocados em função da distância do atomizador.



**Figura 2.1** – Taxa de evaporação e temperatura média das gotículas como função da distância do injetor.

Fonte: Aguilar et al., 2000.

Rahimi *et al.* (2002) desenvolveram um modelo matemático para estudar a transferência de calor e massa no problema de resfriamento de um escoamento de gás não condensável pela utilização de um *spray* de líquido (resfriamento evaporativo). A modelagem é feita aplicando equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia para o líquido e para o gás, considerando regime permanente. A troca de calor e massa entre as fases é modelada através de coeficientes de transferência de calor e de difusão de massa retirados de correlações da literatura. Com o

---

<sup>5</sup> Modelo semi-analítico largamente utilizado nos estudo de motores para modelar a evaporação das gotículas de combustível.

objetivo de tornar a solução mais realista, os autores adotaram uma função distribuição para o diâmetro das gotículas, em detrimento ao uso de um valor médio. O problema foi resolvido numericamente e os resultados mostraram-se bastante próximos a valores obtidos experimentalmente.

Li *et al.* (2001) apresentaram um modelo simplificado para a transferência de calor no resfriamento de uma superfície por um *spray*. Eles dividiram o problema em três partes: transferência de calor entre as gotículas e o vapor; transferência de calor entre o filme formado e a superfície; e transferência de calor entre a superfície e o vapor. A temperatura da superfície foi admitida constante. Interações entre as gotículas foram ignoradas, tanto para o *spray* quanto para o filme. O transporte de calor entre as gotículas e o vapor é modelado utilizando o conceito de solução por superposição. A equação da energia é resolvida isoladamente para as gotículas de líquido e para a fase vapor, e a solução geral é calculada como sendo a soma dos dois efeitos. Já a transferência de calor entre o filme formado pelas gotículas e a superfície é resolvida a partir da condução unidimensional através do filme, sendo o tempo de residência de uma gotícula na superfície calculado por meio de uma correlação obtida da literatura. A velocidade de impacto com a superfície, necessária para o cálculo do tempo de residência, é obtida simulando o *spray* no código comercial de CFD FLUENT, utilizando um modelo de partículas discretas. Já o transporte de calor entre a superfície e o escoamento de vapor é calculado via convecção monofásica, também a partir de correlações da literatura. Os valores de fluxo de calor fornecidos pelo modelo foram comparados com resultados experimentais e uma boa concordância foi observada.

Um modelo unidimensional para análise do resfriamento evaporativo mediante a vaporização de um *spray* de água em um escoamento de ar foi desenvolvido por Silva *et al.* (2003). A fase líquida é modelada através da abordagem de partículas discretas, de formulação lagrangeana. Já o escoamento do ar é resolvido por uma formulação euleriana. As equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia são apresentadas, para cada fase, em sua forma diferencial. O SMD foi adotado como o valor médio para o diâmetro das gotículas. Conceitos de difusão mássica e psicrometria são empregados para modelar a evaporação das gotículas. O acoplamento entre as fases líquido e vapor é efetuado



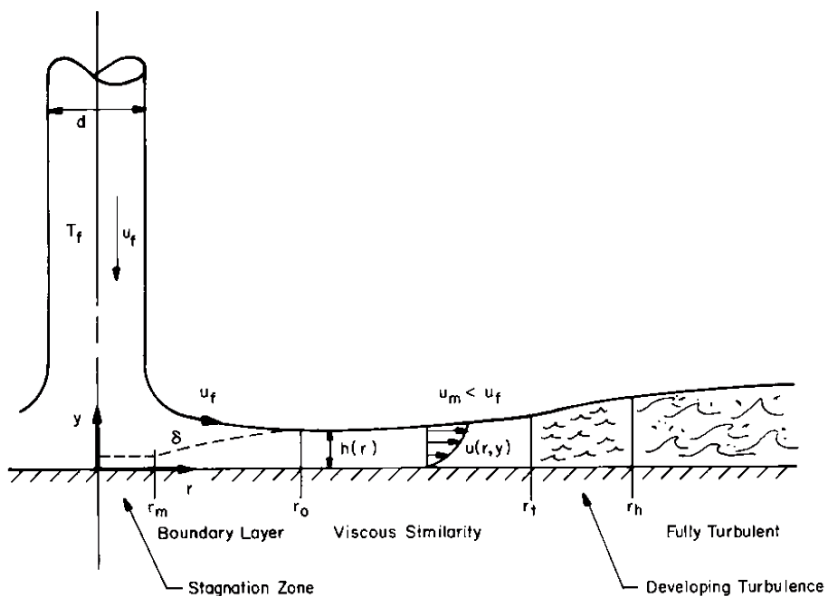
através do uso de termos fontes. Também é levada em conta a entrada de ar externo para o interior do cone do *spray*, através de uma lei de arraste turbulento. A solução do problema consiste em resolver um sistema de equações diferenciais, não homogêneo. O modelo de Silva *et al.* permite que se conheça o comportamento das gotículas de líquido ao longo do *spray*. Resultados experimentais para validação não foram encontrados, porém, uma análise paramétrica mostrou que o modelo desenvolvido é consistente.

Com relação a estudos sobre a modelagem do filme formado sobre a superfície, Watson (1964) realizou uma análise da hidrodinâmica do filme a partir de uma aproximação de camada limite viscosa. O modelo tem como base as equações de conservação da massa e da quantidade de movimento, em formulação diferencial. O escoamento é assumido como sendo laminar. Considerou-se que os efeitos de retardamento do filme devido à viscosidade são contrabalanceados pela inércia do escoamento. Uma condição cinemática conectando a espessura à velocidade do filme foi assumida. A tensão de cisalhamento entre o filme e o fluido ambiente, e os efeitos gravitacionais foram desprezados. Valores de espessura e velocidade média do filme foram comparados com observações experimentais e mostraram concordância razoável.

Pautsch (2004) implementou um modelo numérico bastante simples para prever os valores de espessura e velocidade, em um filme adiabático formado por um *spray*. A modelagem é feita com base em um balanço de massa em um volume de controle diferencial. Parte-se da hipótese que a quantidade de movimento associada ao impacto das gotículas no filme é diretamente contrabalanceada pelo cisalhamento do filme sobre a superfície. Um fator de correção empírico adicional é utilizado para levar em conta que nem toda quantidade de movimento das gotículas é transferida para o filme. Os parâmetros de entrada do modelo (distribuição do fluxo de massa e velocidade de impacto das gotículas no filme) foram obtidos experimentalmente com a utilização de um equipamento de *Phase Doppler Particle Analyzer* (PDPA). O modelo previu que o filme formado é mais fino no centro do *spray* e mais espesso na periferia. Os valores de espessura do filme calculados pelo modelo foram comparados com medições experimentais, obtidas utilizando-se de um laser de diodo e de uma câmera fotográfica, alcançando satisfatória concordância entre os resultados. Com o mesmo aparato experimental, Pautsch realizou também um estudo para

investigar a transferência de calor presente no resfriamento de uma superfície por *sprays* com mudança de fase. Valores de coeficientes de transferência e fluxos de calor crítico foram obtidos para diferentes arranjos de atomizadores.

Um estudo sobre o escoamento e a transferência de calor em um filme, formado sobre uma superfície lisa a partir do impacto de um jato circular sobre esta, foi feito por Lienhard (2006). O filme foi dividido em cinco regiões distintas, sendo elas: região de estagnação; região de camada limite laminar; região de viscosidade dominante; região de transição e desenvolvimento da turbulência; e região de turbulência plenamente desenvolvida, como mostrado na Figura 2.2. Soluções analíticas para a espessura da camada limite, juntamente perfis de velocidades específicos para cada região, foram utilizados para caracterizar a hidrodinâmica do filme. Já a transferência de calor foi modelada com o uso de correlações para o coeficiente de transferência, obtidas da literatura. O modelo não contempla mudança de fase. Comparação dos valores previstos com resultados obtidos experimentalmente mostrou boa concordância.



**Figura 2.2** – Divisão do filme de líquido em regiões.

Fonte: Lienhard, 2006.

Outro modelo que objetiva reproduzir a hidrodinâmica de um filme, formado pelo impacto do *spray* em uma superfície, foi desenvolvido por Ashwood (2006). O modelo tem como base balanços de massa e quantidade de movimento em um volume de controle diferencial. Utiliza-se a aproximação de que o filme pode ser dividido em duas camadas: a subcamada limite viscosa e a região turbulenta. Um perfil de velocidades adimensional, baseado em parâmetros obtido por simulação numérica via código de CFD, foi empregado. Assim como no modelo de Pautsch (2004), o *spray* não é resolvido e a velocidade de impacto das gotículas no filme é parâmetro de entrada no modelo. Há também a necessidade da utilização de um fator empírico adicionais para corrigir a parcela da quantidade de movimento das gotículas que é transferida para o filme. Resultados próximos aos experimentais foram observados para os valores de tensão de cisalhamento média na superfície. Ashwood também apresenta uma correlação para prever a transferência de calor no filme, em regime monofásico. Esta foi modelada analiticamente partindo-se da hipótese de que existe uma analogia entre os transportes de entalpia e de quantidade de movimento no filme. Os valores do coeficiente de transferência de calor, previstos pela correlação, foram comparado com resultados experimentais obtidos pelo próprio autor, para diferentes fluidos de trabalho e arranjos de injetores. Os resultados foram bastante próximos, com erro máximo da ordem de 20 %. Entretanto, o uso de fatores empíricos constitui uma limitação relevante deste modelo.

Uma modelagem de um filme disperso formado a partir aspersão de uma superfície por um *spray* foi desenvolvida por Bonacina *et al.* (1979). A partir da transferência de calor em uma única gotícula e do uso do conceito de razão de cobertura da superfície pelo líquido, a temperatura e o coeficiente de transferência de calor médio da superfície foram obtidos. A transferência de calor e a evaporação da gotícula de líquido são calculadas via condução transiente em um disco cilíndrico. Um aparato experimental foi construído para validar o modelo e a comparação entre os resultados foi considerada satisfatória.

Também com relação ao estudo de um filme formado pelo impacto de uma única gotícula sobre uma superfície, Pasandideh-Fard *et al.* (1996) apresentam um abordagem numérico-experimental deste

fenômeno. O modelo numérico consiste na solução da equação de Navier-Stokes através do algoritmo SOLA-VOF<sup>6</sup> modificado, utilizado para modelar a deformação da gotícula sobre a superfície. A influência dos valores de tensão superficial e do ângulo de contato sobre a dinâmica da deformação da gotícula foi estudada. Os autores também conduziram diversos experimentos e obtiveram medições do ângulo de contato através de fotografias, para diferentes condições. A comparação entre os resultados gerados numericamente e as fotografias dos experimentos mostraram que o modelo previu corretamente o formato da gotícula durante a deformação, porém superestimou o ângulo de contato. Pasandideh-Fard *et al.* também desenvolveram um modelo analítico para prever o diâmetro máximo de espalhamento da gotícula, com base em um balanço de energia antes e após sua deformação. Os resultados do modelo se mostraram muito próximos aos dos resultados experimentais reportados na literatura disponível.

Aoki (1999) desenvolveu um modelo que caracteriza a transferência de calor e massa em um filme formado pelo impacto de uma gotícula esférica com uma superfície mantida à temperatura constante. É assumido que, após o impacto, a gotícula adquire a forma de um disco cilíndrico, de altura e diâmetro conhecidos. Além disso, considera-se que o gradiente de temperatura ao longo da espessura do filme pode ser aproximado como linear, e também que não há ocorrência de ebulição nucleada. O tempo para a gotícula evaporar totalmente e o fluxo de calor removido da superfície são calculados utilizando equações de conservação da massa e da energia. Aoki também propõe uma equação empírica para calcular o coeficiente de transferência de calor máximo durante a evaporação da gotícula, com a utilização de dois parâmetros de ajuste obtidos experimentalmente. A comparação dos resultados do modelo com valores experimentais, para diferentes condições, mostrou boa concordância.

Pasandideh-Fard *et al.* (1999) estudaram o resfriamento transiente de uma superfície lisa pelo impacto de uma gotícula de água, utilizando para isso simulação numérica e experimentos. A modelagem numérica da fluidodinâmica e da transferência de calor

---

<sup>6</sup> VOF (*Volume of Fluid*) é um algoritmo numérico Euleriano que rastreia e localiza uma interface livre ou uma interface entre dois fluidos utilizando o conceito de fração volumétrica. SOLA-VOF (*Solution Algorithm of Volume of Fluid*) é um código numérico que resolve o algoritmo VOF.

durante a deformação da gotícula foi feita utilizando o modelo VOF. Amplas faixas de temperatura inicial da superfície e de velocidade de impacto da gotícula foram estudadas tanto no modelo numérico quanto nos experimentos. Os resultados numéricos e experimentais apresentaram boa concordância entre si. Pasandideh-Fard *et al.* observaram que a velocidade de impacto das gotículas possui pouca influência sobre o comportamento transiente da temperatura da superfície, e que seu único efeito é o aumento da área molhada pela gota. Uma modelagem analítica unidimensional da transferência de calor através do filme também foi apresentada. O modelo analítico apresentou resultados bastante satisfatórios quando comparados com os resultados da simulação numérica, mostrando que os fenômenos físicos de maior importância foram razoavelmente representados.

Nas Tabelas 2.1, 2.2 e 2.3 é feito um resumo da revisão bibliográfica sobre os modelos da literatura que reproduzem alguns dos fenômenos que compõe o resfriamento por *spray*. Aqui não se levou em conta as hipóteses simplificativas adotadas pelos autores ou se a solução de cada fenômeno é parcial ou total.

**Tabela 2.1** – Resumo dos modelos da literatura (parte 1).

	Aguilar et al. (2000)	Rahimi et al. (2002)	Li et al. (2001)	Silva et al. (2003)
<b>Hidrodinâmica do Spray</b>	Sim	Sim	Não	Sim
<b>Transferência de calor no Spray</b>	Sim	Sim	Sim	Sim
<b>Transferência de massa no Spray</b>	Sim	Sim	Não	Sim
<b>Hidrodinâmica do Filme</b>	Não	Não	Não	Não
<b>Transferência de calor no Filme</b>	Não	Não	Sim	Não
<b>Transferência de massa no Filme</b>	Não	Não	Não	Não

**Tabela 2.2** – Resumo dos modelos da literatura (parte 2).

	<b>Watson (1964)</b>	<b>Pautsch (2004)</b>	<b>Lienhard (2006)</b>	<b>Ashwood (2006)</b>
<b>Hidrodinâmica do Spray</b>	Não	Não	Não	Não
<b>Transferência de calor no Spray</b>	Não	Não	Não	Não
<b>Transferência de massa no Spray</b>	Não	Não	Não	Não
<b>Hidrodinâmica do Filme</b>	Sim	Sim	Sim	Sim
<b>Transferência de calor no Filme</b>	Não	Não	Sim	Sim
<b>Transferência de massa no Filme</b>	Não	Não	Não	Não

**Tabela 2.3** – Resumo dos modelos da literatura (parte 3).

	<b>Bonacina et al. (1979)</b>	<b>Pasandideh-Fard et al. (1996)</b>	<b>Aoki (1999)</b>	<b>Pasandideh-Fard et al. (1999)</b>
<b>Hidrodinâmica do Spray</b>	Não	Não	Não	Não
<b>Transferência de calor no Spray</b>	Não	Não	Não	Não
<b>Transferência de massa no Spray</b>	Não	Não	Não	Não
<b>Hidrodinâmica do Filme</b>	Sim	Sim	Sim	Sim
<b>Transferência de calor no Filme</b>	Não	Não	Sim	Sim
<b>Transferência de massa no Filme</b>	Não	Não	Não	Não

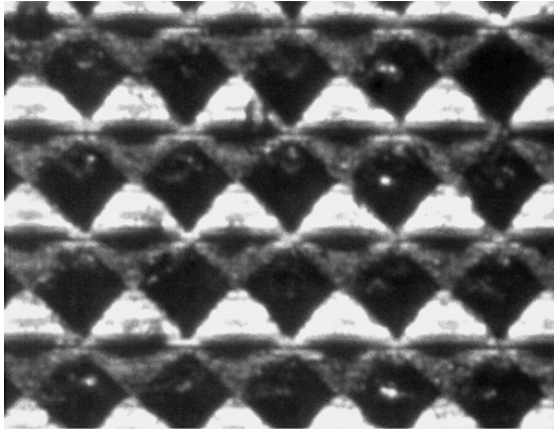
## 2.3 Estudos experimentais sobre *spray cooling*

Estes e Mudawar (1995) realizaram um estudo sobre o *spray cooling* com mudança de fase. Experimentos foram realizados com o objetivo de melhor entender os mecanismos atuantes no

problema. Foram utilizados três diferentes fluidos de trabalho: FC-72, FC-87 e água. Os efeitos do tipo de injetor, da vazão injetada e do grau de subresfriamento sobre o coeficiente de transferência de calor foram investigados. Com base em medições do diâmetro das gotículas feitas utilizando um equipamento de PDPA, os autores obtiveram uma correlação para SMD em função dos números de Reynolds e de Weber. A análise dos resultados mostrou que o CHF é fortemente influenciado pelos valores de SMD e da vazão de injeção. Outra correlação, essa para cálculo do CHF, foi então desenvolvida.

Dentre os estudos experimentais que empregam fluidos refrigerantes no *spray cooling*, destaca-se o trabalho de Hsieh *et al.* (2004). O resfriamento de superfícies por *sprays* de R134 com mudança de fase, foi estudado para diversas condições. Através de imagens obtidas por uma câmera de alta velocidade, o fenômeno da ebulição nucleada pode ser visualizado. O *spray cooling* utilizando água destilada como fluido de trabalho também foi abordado. Como era de se esperar, os valores dos coeficientes de transferência de calor obtidos para a água foram bem maiores do que para o R134a.

Os efeitos do tratamento superficial e da geometria da superfície sobre a transferência de calor no *spray cooling*, sem mudança de fase, foi estudado por Sodtke e Stephan (2006). O fluido de trabalho utilizado foi a água. Um equipamento de termografia infravermelha foi usado para obter a fração da área do aquecedor recoberta pelo filme de líquido. Acreditando que uma alteração no comprimento da linha de contato sólido-líquido-gás pudesse levar a uma transferência de calor mais eficiente no filme, configurações com diferentes geometrias superficiais foram testadas e seus resultados comparados com os de superfícies lisas. Sodtke e Stephan observaram um ganho significativo na transmissão de calor utilizando superfícies com microranhuradas usinadas em formato de pirâmides, como mostrado na Figura 2.3. O efeito da distância entre placa e injetor sobre a transferência de calor também foi estudado pelos autores. Eles observaram que, quanto menor a distância, maiores eram os gradientes de temperatura na superfície da placa.

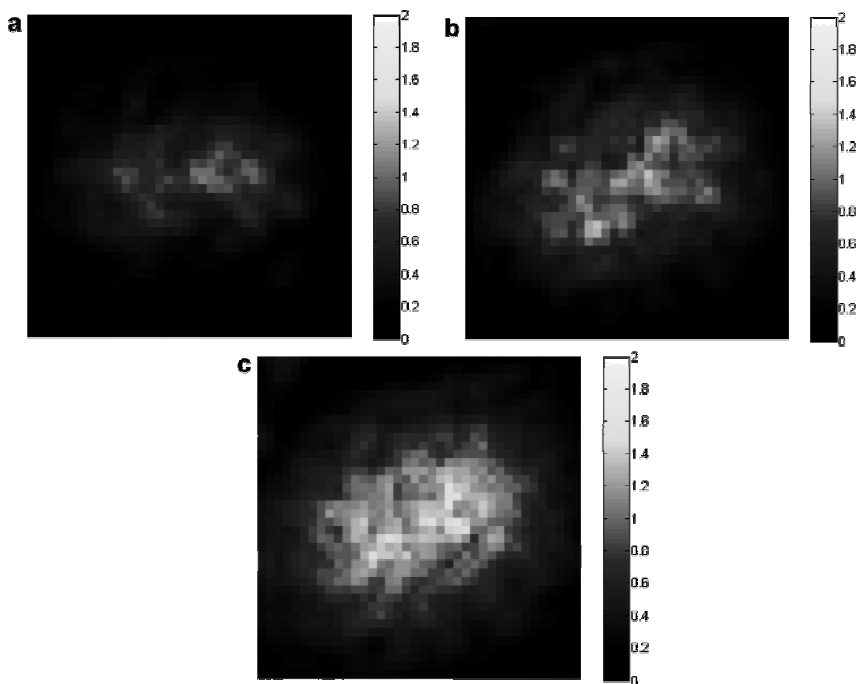


**Figura 2.3** – Microranhuras piramidais usinadas sobre a superfície a ser resfriada.

Fonte: Sodke e Stephan, 2007.

Freund *et al.* (2007) realizaram medições do coeficientes de transferência de calor no resfriamento por *sprays* sem mudança de fase, utilizando-se da técnica de termografia infravermelha. Foram estudados dois tipos arranjos para os injetores, com um e quatro orifícios. O fluido de trabalho utilizado foi o FC-72. A distribuição espacial dos coeficientes de convecção local pôde ser obtida para diferentes fluxos de massa de fluido refrigerante, como ilustra a Figura 2.4. Freund *et al.* compararam os resultados utilizando termografia infravermelha com medições por termopares e observaram razoável concordância entre eles, com erro máximo da ordem de 25 %.

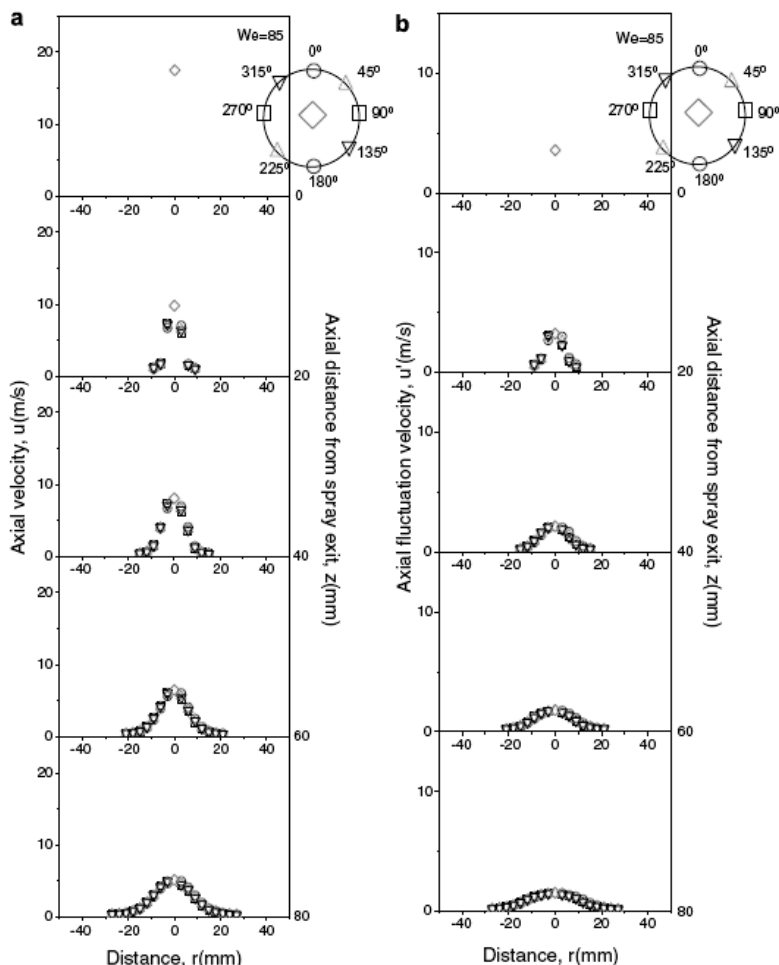




**Figura 2.4** – Distribuição do coeficiente de transferência de calor em  $W/cm^2 K$  para (a) 0,234; (b) 0,352; (c) 0,528  $ml/cm^2 s$ .

Fonte: Freund et al., 2007.

Um equipamento de velocimetria *laser doppler* foi utilizado por Hsieh e Tien (2007) para caracterizar os perfis de velocidade das gotículas em um *spray* de R134a. Perfis de velocidades axiais e radiais, além de valores de flutuações de velocidade, foram obtidos para diferentes posições distantes do injetor. Observou-se pelos resultados, mostrados na Figura 2.5, que os perfis de velocidades das gotículas seguem uma distribuição gaussiana. Medições do coeficiente de transferência de calor para o resfriamento de uma superfície sem mudança de fase também foram feitas. A partir dos resultados obtidos, Hsieh e Tien concluíram que o número de Weber possui grande influência tanto na dinâmica do *spray*, como na transferência de calor da superfície para o fluido. Uma correlação para o número de Nusselt em função do número de Weber e do SMD foi proposta.

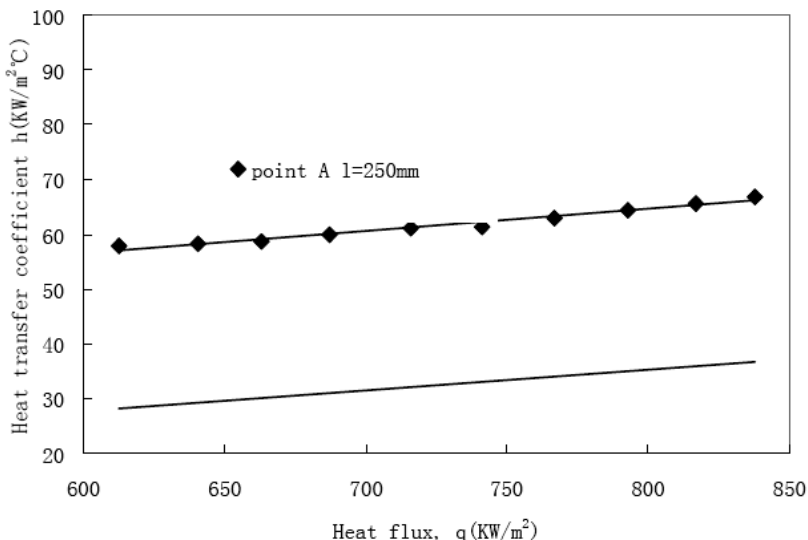


**Figura 2.5** – Campo de velocidade axial e flutuação de velocidade no spray.

Fonte: Hsieh e Tien, 2007.

Chen *et al.* (2007) estudaram o resfriamento por *sprays* de superfícies com baixo grau de superaquecimento, tanto em regime monofásico quanto em regime bifásico. Água foi o fluido de trabalho utilizado. Foram analisados os efeitos do fluxo de calor aplicado, do fluxo de massa e da orientação do *spray* sobre a transferência de calor. Chen *et al.* obtiveram valores do coeficiente de transferência de calor para diversas situações. Comparando resultados do resfriamento por *sprays* com resultados da ebulição em banho em

condições similares, retirados da literatura, observou-se que o coeficiente de transferência de calor do primeiro é praticamente o dobro do segundo, como ilustra a Figura 2.6.



**Figura 2.6** – Comparação entre o coeficiente de transferência de calor do spray cooling (pontos) e da ebulição em banho.

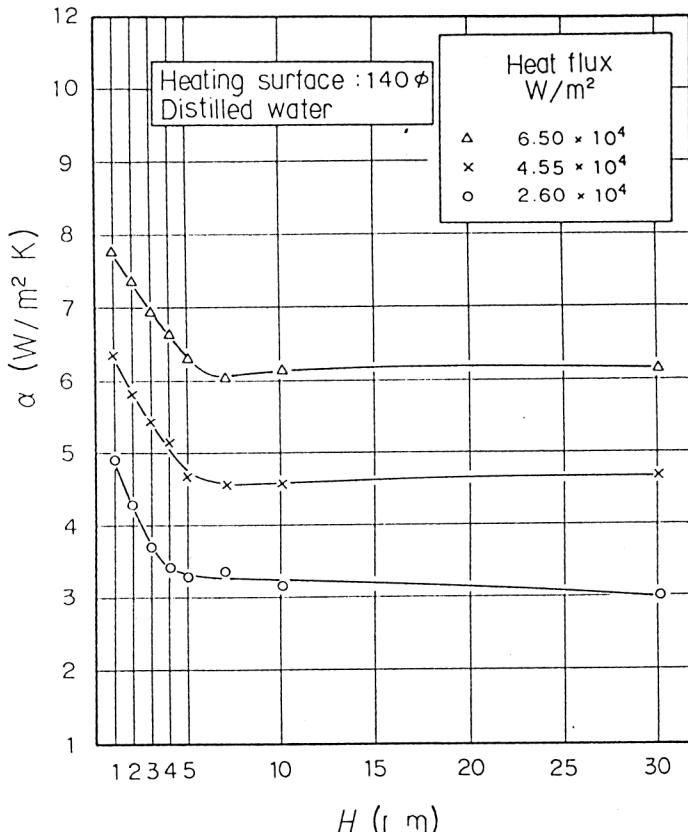
Fonte: Chen et al., 2007.

Um estudo comparativo do desempenho de três diferentes fluidos de trabalho no resfriamento por *sprays* foi realizado por Khodabandeh *et al.* (2007). Os fluidos analisados foram FC-72, FC-87 e R245fa. Diferentes condições de vazão mássica e fluxo de calor foram aplicadas e os resultados para os três fluidos foram comparados. O R245fa apresentou valores de coeficientes de transferência de calor muito maiores que os dos outros fluidos. Os autores atribuíram esta melhor performance às melhores propriedades térmicas do R245fa.

## 2.4 Ebulição nucleada em filmes finos

Nishikawa *et al.* (1967) estudaram o influência do nível do líquido na transferência de calor durante o regime de ebulição nucleada. Os resultados para o coeficiente de transferência de calor em função da altura nível de fluido são mostrados na Figura 2.7. Observou-se que, para níveis de líquido maiores que 10 mm, o coeficiente de

transferência de calor não sofre qualquer influência da mudança no nível de líquido, permanecendo praticamente constante. Já para valores menores que 5 mm observa-se um aumento substancial na transferência de calor à medida que diminui a espessura do filme. A partir de resultados obtidos para água destilada, Nishikawa *et al.* desenvolveram uma correlação para o coeficiente de transferência de calor em função da espessura do filme. Os valores obtidos com a correlação foram comparados com resultados experimentais para água e álcool etílico, sendo obtida boa concordância.



**Figura 2.7** – Efeito da espessura do filme na transferência de calor da ebulição nucleada.

Fonte: Nishikawa et al., 1967.

O fenômeno da nucleação de bolhas em filmes finos foi estudado por Mesler (1976). Um aparato experimental foi utilizado para

visualizar o processo de nucleação e crescimento das bolhas no filme. O autor utilizou imagens do filme provenientes de filmagens em alta velocidade e simultânea medição da temperatura da superfície para descrever os mecanismos responsáveis pelos altos fluxos de calor removidos durante o fenômeno. Mesler concluiu que uma das causas para haver maior transferência de calor na ebulição nucleada em filmes finos, quando comparada com a ebulição em banho, é um tempo de vida de bolhas menor nos filmes finos, o que torna a evaporação do microfilme existente entre a bolha e a superfície mais efetiva.

Mesler e Mailen (1977) estudaram experimentalmente a ebulição nucleada em filmes finos formados sobre uma superfície. O objetivo do estudo foi investigar o possível efeito que o pequeno afastamento existente entre a superfície a alta temperatura, e o vapor acima do filme possui sobre os mecanismos de transferência de calor. Um aparato de testes foi construído e imagens do filme durante a ebulição nucleada foram obtidas. Os resultados mostraram que pequenas bolhas formadas pelo fenômeno conhecido por nucleação secundária (*secondary nucleation*) adquirem condições ideais de crescimento, devido à proximidade com a superfície a alta temperatura. A nucleação secundária, que é aditiva àquela originada pelos sítios de nucleação usuais sobre a superfície, ocorre devido à ruptura do filme, formando gotículas que, ao se depositarem novamente sobre ele entram pequenas bolhas de vapor que podem chegar à camada superaquecida junto à superfície. Os autores concluíram que este fenômeno contribui significativamente para a melhor eficiência da transferência de calor na ebulição nucleada em filmes finos.

Mais recentemente, Narumanchi *et al.* (2007) realizaram um estudo numérico da ebulição nucleada em um filme fino de líquido formado pela colisão de um jato sobre uma superfície. O problema foi resolvido com o auxílio do pacote FLUENT, sendo que a ebulição nucleada foi resolvida com o uso de uma equação que modela a nucleação e propagação das bolhas, implementada através de uma sub-rotina externa. Os resultados numéricos para água e R113 foram comparados com dados experimentais existentes na literatura e apresentaram razoável concordância.

## 2.5 Escopo do trabalho

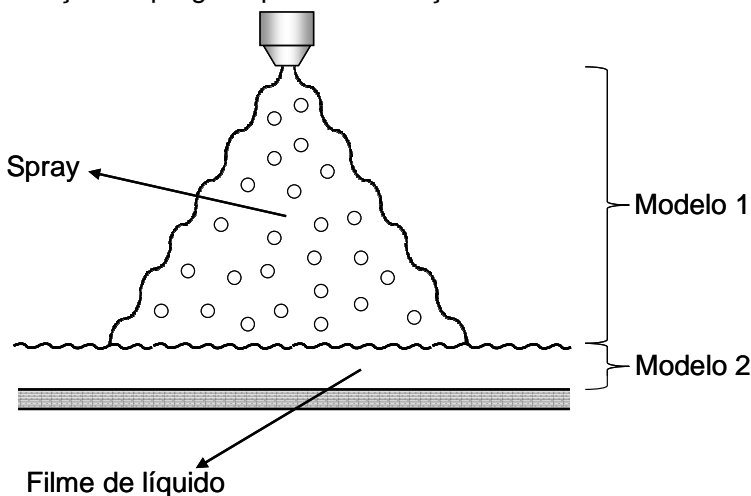
A revisão bibliográfica acima mostrou que são poucos trabalhos que utilizam fluidos refrigerantes como fluido de trabalho no *spray cooling*.

Outra questão que fica evidente é que a maioria dos trabalhos disponíveis na literatura, sobre modelagem do *spray cooling*, resolve apenas uma das sub-partes que compõem o problema, e a faz de forma isolada. Nenhum dos trabalhos pesquisados resolve o *spray cooling* de forma integrada. Também nota-se que há vários trabalhos que se utilizam de constantes de ajuste ou de dados experimentais para fornecer a solução. Isto os torna dependentes e limitados quanto ao estudo de diferentes condições.

Assim, o presente trabalho tem como meta o desenvolvimento de um modelo computacional que seja isento de parâmetros de ajuste *adicionais*, e que descreva de forma razoável os mecanismos envolvidos no problema do resfriamento de superfícies por *sprays* de fluidos refrigerantes.

### 3 Modelo do Spray

A modelagem matemática do *spray cooling* neste trabalho é feita dividindo-se o problema em duas partes principais: uma que resolve o *spray* de gotículas formado pelo atomizador, e a outra resolve o filme gerado pelo impacto das gotículas sobre a superfície a ser resfriada, como mostra a Figura 3.1. Há ainda um terceiro modelo intermediário que faz a integração entre o *spray* e o filme, e que também determina se o filme formado é contínuo ou descontínuo. Esta diferenciação é necessária, pois, dependendo do tipo do filme, a formulação empregada para sua solução é bastante diferente.



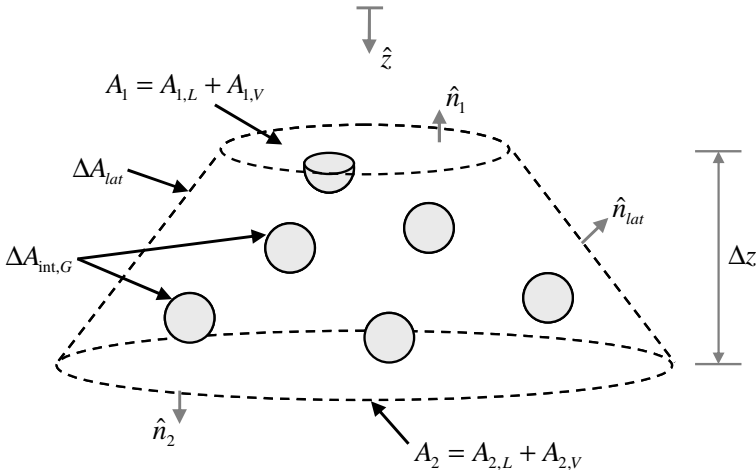
**Figura 3.1** – Geometria do problema do spray cooling.

Neste capítulo são desenvolvidas as equações utilizadas para a modelagem do *spray*. No capítulo 4, o modelo que faz a integração entre *spray* e filme, e que determina o tipo do filme, é apresentado. Os modelos dos filmes contínuo e descontínuo são mostrados nos capítulos 5 e 6, respectivamente.

O modelo do *spray* consiste na solução de equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia, aplicadas a um volume de controle infinitesimal unidimensional.

Considera-se para todos os cálculos que o *spray* de líquido se desenvolve em formato de um cone perfeito, de abertura constante  $\theta$ . Assim, o volume de controle adotado consiste em um tronco de

cone, correspondendo a uma porção de espessura  $\Delta z$  do *spray*. O volume de controle é limitado lateralmente pela fronteira do cone *spray*, e transversalmente por duas superfícies de controle paralelas espaçadas por uma pequena distância, conforme mostrado na Figura 3.2.



**Figura 3.2** – Volume de controle infinitesimal adotado para o *spray*.

As hipóteses simplificativas adotadas para a resolução do escoamento do *spray* são:

- Regime permanente;
- Escoamento incompressível;
- Gotículas de líquido do *spray* são esféricas;
- Variação de energia potencial desprezível;
- Não há coalescência<sup>7</sup> ou fragmentação das gotículas;
- As variáveis do *spray* são tomadas como as médias na seção transversal do *spray*;
- Temperatura da fase vapor uniforme e constante;
- Transferência de calor por radiação desprezível;
- Ângulo de abertura do jato de *spray* é constante;
- Substância pura, sem difusão de espécies;

<sup>7</sup> Segundo o dicionário Aurélio, coalescer significa unir, aglutinar, justapor.



### 3.1 Conservação da massa

A equação da conservação da massa na forma integral é dada por (Fox e McDonald, 2001):

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho (\vec{V} \cdot \hat{n}) dA = 0 \quad (3.1)$$

onde  $\hat{n}$  é o vetor unitário normal à superfície de controle.

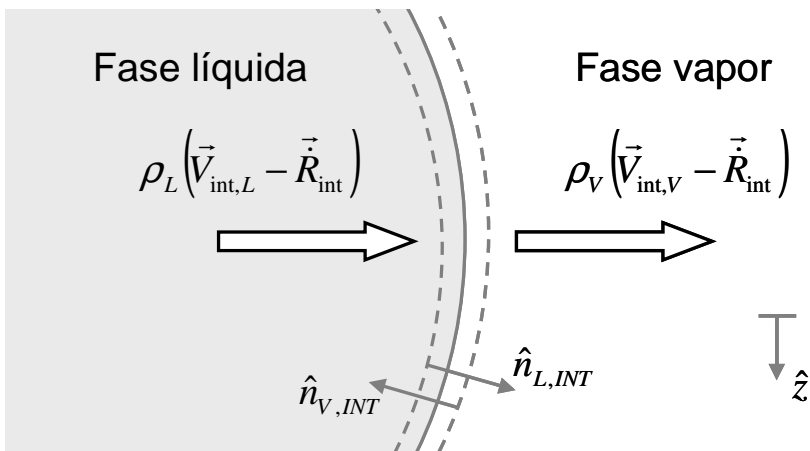
Com a hipótese de regime permanente, pode-se desprezar o primeiro termo da equação (3.1). Logo,

$$\int_{SC} \rho (\vec{V} \cdot \hat{n}) dA = 0 \quad (3.2)$$

Aplicando a conservação da massa para a fase líquida no volume de controle da Figura 3.2, e considerando que não há transporte de massa de líquido pela superfície lateral do volume de controle, tem-se:

$$\int_{SC,1} \rho_L (\vec{V}_L \cdot \hat{n}) dA_L + \int_{SC,2} \rho_L (\vec{V}_L \cdot \hat{n}) dA_L + \int_{SC,int,G} \rho_L (\vec{V}_L \cdot \hat{n}) dA = 0 \quad (3.3)$$

O transporte de massa através da superfície interfacial entre a fase líquida e a fase vapor é ilustrado na Figura 3.3, onde o volume de controle representa de uma forma genérica toda área interfacial entre as gotículas de líquido e a fase vapor.



**Figura 3.3** – Balanço de massa na interface entre as fases líquida e vapor.

Reescrevendo a equação (3.3) com a notação utilizada nas Figuras 3.2 e 3.3, tem-se:

$$\begin{aligned} & \int \rho_L (\vec{V}_{1,L} \cdot \hat{n}_1) dA_{1,L} + \int \rho_L (\vec{V}_{2,L} \cdot \hat{n}_2) dA_{2,L} + \dots \\ & \dots + \int \rho_L \left[ (\vec{V}_{\text{int},L} - \vec{R}_{\text{int}}) \cdot \hat{n}_{\text{int},L} \right] d(\Delta A_{\text{int},G}) = 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde  $\rho_L$  é a massa específica do líquido,  $\vec{V}_{1,L}$  é o vetor velocidade do líquido na superfície de controle 1,  $\vec{V}_{2,L}$  é o vetor velocidade do líquido na superfície de controle 2,  $\hat{n}_1$  é o vetor unitário normal à superfície de controle 1,  $\hat{n}_2$  é o vetor unitário normal à superfície de controle 2,  $A_{1,L}$  é a área da superfície de controle 1 relativa à fase líquida,  $A_{2,L}$  é a área da superfície de controle 2 relativa à fase líquida,  $\vec{V}_{\text{int},L}$  é o vetor velocidade da massa que atravessa a interface líquido-vapor relativo ao líquido,  $\vec{R}_{\text{int}}$  é a velocidade em que a interface líquido-vapor se movimenta em relação a um referencial estacionário,  $\hat{n}_{\text{int},L}$  é o vetor unitário normal à interface líquido-vapor relativo à fase líquida, e  $\Delta A_{\text{int},G}$  é a área da interface líquido-vapor contida entre as superfícies 1 e 2.

Fazendo uma análise do terceiro termo da equação (3.4), nota-se que este representa a vazão, ou seja, a massa por unidade de tempo, que atravessa a interface entre líquido e vapor, devido à transferência de massa por evaporação ou condensação. Neste ponto deve ser estipulado um sentido para este transporte de massa, sendo que este será utilizado em todos os termos de fluxos interfaciais. Será considerado positivo o fluxo de massa da evaporação, ou seja, o fluxo de massa da fase líquida para a fase vapor. Resolvendo os produtos escalares, respeitando o sentido da transferência de massa, tem-se:

$$- \int \rho_L V_{1,L} dA_{1,L} + \int \rho_L V_{2,L} dA_{2,L} + \int \rho_L (V_{\text{int},L} - \dot{R}_{\text{int}}) d(\Delta A_{\text{int},G}) = 0 \quad (3.5)$$

O fluxo de massa, ou seja, a taxa de massa por unidade de área, interfacial pelo lado do líquido pode ser escrito por:

$$\dot{m}_{\text{int},L}'' = \rho_L (V_{\text{int},L} - \dot{R}_{\text{int}}) \quad (3.6)$$

Assim,

$$- \int \rho_L V_{1,L} dA_{1,L} + \int \rho_L V_{2,L} dA_{2,L} + \int \dot{m}_{\text{int},L}'' d(\Delta A_{\text{int},G}) = 0 \quad (3.7)$$

Integrando a equação (3.7), com as considerações de propriedades uniformes nas superfícies de controle, e rearranjando os termos, tem-se:

$$\rho_L V_{2,L} A_{2,L} - \rho_L V_{1,L} A_{1,L} = -\dot{m}_{\text{int},L}'' \Delta A_{\text{int},G} \quad (3.8)$$

Assumindo que densidade do líquido seja constante, tem-se que:

$$\rho_L V_{2,L} A_{2,L} - \rho_L V_{1,L} A_{1,L} = \rho_L \Delta(V_G A_L) \quad (3.9)$$

Logo,

$$\rho_L \Delta(V_G A_L) = -\dot{m}_{\text{int},L}'' \Delta A_{\text{int},G} \quad (3.10)$$

onde as variáveis  $V_G$  e  $A_L$  representam os valores da velocidade das gotículas e a área relativa ao líquido em qualquer superfície transversal do volume de controle.  $\Delta(V_G A_L)$  é a variação da vazão volumétrica das gotas entre as duas superfícies de controle.

Logo, a equação (3.10) mostra que a variação da massa de líquido no volume de controle é igual à taxa com que a massa atravessa a interface líquido-vapor.

Analogamente, pode-se aplicar a equação da conservação da massa para a fase vapor. Considera-se que existe transporte de massa de vapor pela superfície lateral do volume de controle, devido à incorporação de vapor externo para o interior do cone do *spray*. Utilizando então, novamente, a notação das Figuras 3.2 e 3.3, tem-se:

$$\begin{aligned} & \int \rho_V (\vec{V}_{1,V} \cdot \hat{n}_1) dA_{1,V} + \int \rho_V (\vec{V}_{2,V} \cdot \hat{n}_2) dA_{2,V} + \dots \\ & \dots + \int \rho_V (\vec{V}_{\text{lat},V} \cdot \hat{n}_{\text{lat}}) d(\Delta A_{\text{lat}}) + \dots \\ & \dots + \int \rho_V \left[ (\vec{V}_{\text{int},V} - \vec{R}_{\text{int}}) \cdot \hat{n}_{\text{int},V} \right] d(\Delta A_{\text{int},G}) = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde  $\rho_V$  é a massa específica do vapor,  $\vec{V}_{1,V}$  é o vetor velocidade do vapor na superfície de controle 1,  $\vec{V}_{2,V}$  é o vetor velocidade do vapor na superfície de controle 2,  $A_{1,V}$  é a área da superfície de controle 1 relativa à fase vapor,  $A_{2,V}$  é a área da superfície de controle 2 relativa à fase vapor,  $\vec{V}_{\text{lat},V}$  é o vetor velocidade do vapor na superfície de controle lateral,  $\hat{n}_{\text{lat}}$  é o vetor unitário normal à superfície de controle lateral,  $\Delta A_{\text{lat}}$  é a área da superfície de

controle lateral contida entre as seções 1 e 2 do volume de controle,  $\vec{V}_{\text{int},V}$  é o vetor velocidade pelo lado do vapor da massa que atravessa a interface líquido-vapor, e  $\hat{n}_{\text{int},V}$  é o vetor unitário normal à interface líquido-vapor relativo à fase vapor.

Resolvendo os produtos escalares da equação (3.11), respeitando o sentido estabelecido para o transporte de massa pela interface entre as fases líquida e vapor, resulta em:

$$\begin{aligned} & - \int \rho_V V_{1,V} dA_{1,V} + \int \rho_V V_{2,V} dA_{2,V} - \dots \\ & \dots + \int \rho_V V_{\text{lat},V} d(\Delta A_{\text{lat}}) - \int \rho_V (V_{\text{int},V} - \dot{R}_{\text{int}}) d(\Delta A_{\text{int},G}) = 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

O terceiro termo da equação acima representa a taxa com que a massa de vapor atravessa a fronteira do cone do *spray* pela lateral do volume de controle. Na prática, para um ângulo de abertura,  $\theta$ , maior que  $23^\circ$ , o *spray* é dito amplo e a largura da região de escoamento de gás induzido é ditada pelo próprio atomizador e não por arraste turbulento (Crowe, 2006).

Pode-se reescrever o fluxo de massa lateral de vapor como:

$$\dot{m}_{\text{lat},V}'' = \rho_V V_{\text{lat},V} \quad (3.13)$$

Já o fluxo de massa interfacial pelo lado do vapor pode ser reescrito por:

$$\dot{m}_{\text{int},V}'' = \rho_V (V_{\text{int},V} - \dot{R}_{\text{int}}) \quad (3.14)$$

Substituindo as equações (3.13) e (3.14) na equação (3.12), e integrando de modo análogo ao feito anteriormente para a fase líquida,

$$\rho_V \Delta(V_V A_V) = \dot{m}_{\text{lat},V}'' \Delta A_{\text{lat}} + \dot{m}_{\text{int},V}'' \Delta A_{\text{int},G} \quad (3.15)$$

As variáveis  $V_V$  e  $A_V$  são os valores da velocidade da fase vapor e da área relativa ao vapor em qualquer superfície transversal do volume de controle. O termo do lado esquerdo da equação (3.15) representa a variação da massa de vapor no interior do volume de controle. Os termos no lado direito da equação representam, respectivamente, a vazão de vapor que atravessa a superfície de controle lateral e a vazão que atravessa a interface entre líquido e vapor.

### 3.2 Conservação da quantidade de movimento

De forma semelhante à feita para a conservação da massa, a equação da conservação da quantidade de movimento na forma integral pode ser escrita como (Fox e McDonald, 2001):

$$\vec{F}_S + \vec{F}_B = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} \vec{V} \rho d\forall + \int_{SC} \vec{V} \rho (\vec{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (3.16)$$

Para o escoamento no *spray*, a parcela relativa às forças de campo,  $\vec{F}_B$ , pode ser desprezada, já que esta tem pouca influência sobre o escoamento. Além disso, como o escoamento no *spray* pode ser tratado como permanente, o primeiro termo do lado direito da equação também pode ser desprezado. Assim, a equação (3.16) fica reduzida a:

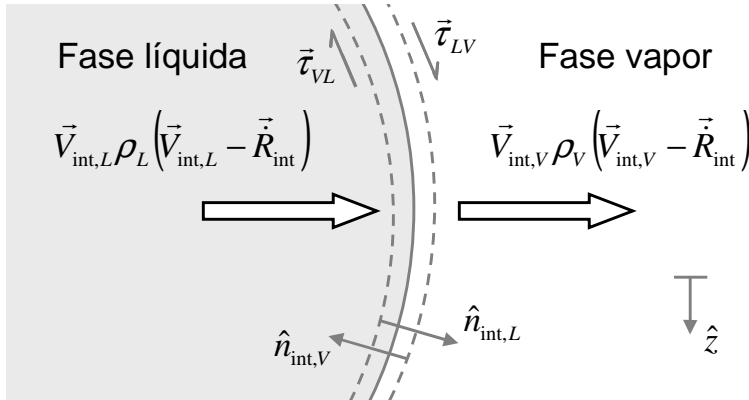
$$\vec{F}_S = \int_{SC} \vec{V} \rho (\vec{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (3.17)$$

Pode-se agora aplicar a equação acima para a fase líquida do *spray*, considerando que não há transporte de quantidade de movimento de líquido pela superfície de controle lateral, e que os efeitos de tensão superficial são desprezíveis. A parcela da quantidade de movimento decomposta na direção  $\hat{z}$  resulta então em:

$$\begin{aligned} -F_{LV,z} = & \int_{SC,1} V_{L,z} \rho_L (\vec{V}_L \cdot \hat{n}) dA_L + \dots \\ & \dots + \int_{SC,2} V_{L,z} \rho_L (\vec{V}_L \cdot \hat{n}) dA_L + \int_{SC,int,G} V_{L,z} \rho_L (\vec{V}_L \cdot \hat{n}_L) dA \end{aligned} \quad (3.18)$$

onde  $F_{LV,z}$  é a força de cisalhamento no líquido pela ação do vapor na direção  $\hat{z}$ .

Na Figura 3.4 é mostrado o transporte de quantidade de movimento através da interface líquido-vapor genérica entre as gotículas de líquido do *spray* e a fase vapor.



**Figura 3.4** – Balanço de quantidade de movimento na interface entre as fases líquida e vapor.

Assim, reescrevendo a equação (3.18) com a notação utilizada nas Figuras 3.1 e 3.4,

$$\begin{aligned}
 -\tau_{LV,z} \Delta A_{int,G} &= \int V_{1,L,z} \rho_L (\vec{V}_{1,L} \cdot \hat{n}_1) dA_{1,L} + \dots \\
 &\dots + \int V_{2,L,z} \rho_L (\vec{V}_{2,L} \cdot \hat{n}_2) dA_{2,L} + \dots \\
 &\dots = \int V_{int,L,z} \rho_L \left[ (\vec{V}_{int,L} - \vec{R}_{int}) \cdot \hat{n}_{int,L} \right] d(\Delta A_{int,G})
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

O termo do lado esquerdo da equação (3.19) foi tomado como negativo, pois se supõe que a velocidade do líquido seja maior que a velocidade da fase vapor. Assim o vapor tende a “frear” as gotículas de líquido, resultando em um arraste “para cima”, ou seja, contrário à direção positiva do eixo de coordenadas  $\hat{z}$ , como mostrado na Figura 3.4.

Sendo o eixo  $\hat{z}$  normal às superfícies de controle 1 e 2, as seguintes igualdades são verdadeiras:

$$V_{1,L,z} = V_{1,L} \tag{3.20}$$

e

$$V_{2,L,z} = V_{2,L} \tag{3.21}$$

Portando a equação (3.19) pode ser reescrita como,

$$\begin{aligned}
-\tau_{LV,z} \Delta A_{\text{int},G} &= \int V_{1,L} \rho_L (\vec{V}_{1,L} \cdot \hat{n}_1) dA_{1,L} + \dots \\
\dots &= \int V_{2,L} \rho_L (\vec{V}_{2,L} \cdot \hat{n}_2) dA_{2,L} + \dots \\
\dots &+ \int V_{\text{int},L,z} \rho_L \left[ (\vec{V}_{\text{int},L} - \vec{R}_{\text{int}}) \cdot \hat{n}_{\text{int},L} \right] d(\Delta A_{\text{int},G})
\end{aligned} \tag{3.22}$$

onde  $\tau_{LV,z}$  é a tensão devido ao arrasto exercido pela fase vapor sobre a fase líquida, decomposta na direção  $\hat{z}$ , e  $V_{\text{int},L,z}$  é a velocidade relativa ao líquido com que a massa que atravessa a interface líquido-vapor, também decomposta na direção  $\hat{z}$ .

Resolvendo os produtos escalares, respeitando o sentido estipulado para o transporte de massa, e considerando que o fluxo de massa interfacial pelo lado do líquido é dado pela equação (3.6), tem-se:

$$\begin{aligned}
-\tau_{LV,z} \Delta A_{\text{int},G} &= -\int V_{1,L} \rho_L V_{1,L} dA_{1,L} + \dots \\
\dots &+ \int V_{2,L} \rho_L V_{2,L} dA_{2,L} + \int V_{\text{int},L,z} \dot{m}_{\text{int},L}'' d(\Delta A_{\text{int},G})
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Integrando a equação, fazendo-se a consideração de que  $V_{\text{int},L,z}$  é uniforme para a área infinitesimal da interface líquido-vapor, e rearranjando os termos, resulta:

$$\rho_L V_{2,L}^2 A_{2,L} - \rho_L V_{1,L}^2 A_{1,L} = -\tau_{LV,z} \Delta A_{\text{int},G} - V_{\text{int},L,z} \dot{m}_{\text{int},L}'' \Delta A_{\text{int},G} \tag{3.24}$$

Análogo ao que já foi feito anteriormente, os termos do lado esquerdo da equação podem reescritos como sendo a variação de  $V_G^2 A_L$ , multiplicados pela massa específica  $\rho_L$ . Ou seja,

$$\rho_L V_{2,L}^2 A_{2,L} - \rho_L V_{1,L}^2 A_{1,L} = \rho_L \Delta (V_G^2 A_L) \tag{3.25}$$

Tendo feito a consideração de que o problema do *spray* é unidimensional, é razoável ainda fazer as seguintes aproximações:

$$\tau_{LV,z} \cong \tau_{LV} \tag{3.26}$$

e

$$V_{\text{int},L,z} \cong V_G \tag{3.27}$$

Assim, a equação (3.24) resulta em:

$$\rho_L \Delta (V_G^2 A_L) = -\tau_{LV} \Delta A_{\text{int},G} - V_G \dot{m}_{\text{int},L}'' \Delta A_{\text{int},G} \tag{3.28}$$

onde  $\tau_{LV}$  é a tensão de cisalhamento sobre as gotículas de líquido, exercida pelo vapor. O termo do lado esquerdo da equação (3.28)

representa a variação da quantidade de movimento da fase vapor. O primeiro termo do lado direito é a troca de quantidade de movimento devido ao cisalhamento entre líquido e vapor e o segundo termo do lado direito é a troca de quantidade de movimento devido à massa que atravessa a interface entre líquido e vapor.

De modo análogo ao feito para a fase líquida, a quantidade de movimento de vapor na direção  $\hat{z}$  fica:

$$F_{VL,z} = \int_{SC,1} V_{V,z} \rho_V (\vec{V}_V \cdot \hat{n}) dA_V + \int_{SC,2} V_{V,z} \rho_V (\vec{V}_V \cdot \hat{n}) dA_V + \dots \quad (3.29)$$

$$\dots + \int_{SC,lat} V_{V,z} \rho_V (\vec{V}_V \cdot \hat{n}) dA + \int_{SC,int,G} V_{V,z} \rho_V (\vec{V}_V \cdot \hat{n}_V) dA$$

onde  $F_{VL,z}$  é a força de cisalhamento na direção  $\hat{z}$  que o líquido exerce sobre o vapor ambiente. Reescrevendo a equação (3.29) com a notação utilizada nas Figuras 3.1 e 3.4 tem-se:

$$\tau_{VL,z} \Delta A_{int,G} = \int V_{1,V,z} \rho_V (\vec{V}_{1,V} \cdot \hat{n}_1) dA_{1,V} + \dots \quad (3.30)$$

$$\dots + \int V_{2,V,z} \rho_V (\vec{V}_{2,V} \cdot \hat{n}_2) dA_{2,V} + \dots$$

$$\dots + \int V_{int,V,z} \rho_V \left[ (\vec{V}_{int,V} - \vec{R}_{int}) \cdot \hat{n}_{int,V} \right] d(\Delta A_{int,G})$$

Na equação acima, é feita a consideração de que a parcela de transporte de quantidade de movimento relativo à fase vapor pela superfície de controle lateral, devido à incorporação de vapor externo ao cone do *spray*, é desprezível. Esta hipótese é razoável para ângulos de abertura do *spray* muito menores que  $180^\circ$  (Crowe, 2006).

Analisando os termos da equação (3.30), vemos que o termo do lado esquerdo é agora positivo. Isto está coerente, pois sendo a velocidade das gotículas de líquido maior que a velocidade do vapor, estas tendem a “acelerar” o vapor. Assim tem-se um arraste “para baixo”, na direção do movimento das gotículas de líquido e na direção positiva do eixo de coordenadas  $\hat{z}$ .

Ainda, de maneira semelhante à feita anteriormente, as seguintes igualdades são verdadeiras:

$$V_{1,V,z} = V_{1,V} \quad (3.31)$$

e



$$V_{2,V,z} = V_{2,V} \quad (3.32)$$

Portando a equação (3.30) fica:

$$\begin{aligned} \tau_{VL,z} \Delta A_{\text{int},G} &= \int V_{1,V} \rho_V (\vec{V}_{1,V} \cdot \hat{n}_1) dA_{1,V} + \dots \\ &\dots + \int V_{2,V} \rho_V (\vec{V}_{2,V} \cdot \hat{n}_2) dA_{2,V} + \dots \\ &\dots + \int V_{\text{int},V,z} \rho_V \left[ (\vec{V}_{\text{int},V} - \vec{R}_{\text{int}}) \cdot \hat{n}_{\text{int},V} \right] d(\Delta A_{\text{int},G}) \end{aligned} \quad (3.33)$$

onde  $\tau_{VL,z}$  é a tensão de cisalhamento sobre a fase vapor exercida pela fase líquida decomposta na direção  $\hat{z}$ , e  $V_{\text{int},V,z}$  é a velocidade pelo lado do vapor da massa que atravessa a interface entre líquido e vapor, também decomposta na direção  $\hat{z}$ .

Resolvendo os produtos escalares e levando em conta que o fluxo de massa pela interface líquido-vapor é dado pela equação (3.14), pode-se integrar a equação (3.33). Assim,

$$\rho_V V_{2,V}^2 A_{2,V} - \rho_V V_{1,V}^2 A_{1,V} = \tau_{VL,z} \Delta A_{\text{int},G} + V_{\text{int},V,z} \dot{m}_{\text{int},V}'' \Delta A_{\text{int},G} \quad (3.34)$$

Os dois primeiros termos da equação (3.34) podem ser reescritos como a variação de  $V_V^2 A_V$ , multiplicados por  $\rho_V$ :

$$\rho_V V_{2,V}^2 A_{2,V} - \rho_V V_{1,V}^2 A_{1,V} = \rho_V \Delta (V_V^2 A_V) \quad (3.35)$$

Sendo o problema do *spray* unidimensional, é novamente admissível fazer as seguintes aproximações:

$$\tau_{VL,z} \cong \tau_{VL} \quad (3.36)$$

e

$$V_{\text{int},V,z} \cong V_V \quad (3.37)$$

Portanto a equação (3.34) fica:

$$\rho_V \Delta (V_V^2 A_V) = \tau_{VL} \Delta A_{\text{int},G} + V_V \dot{m}_{\text{int},V}'' \Delta A_{\text{int},G} \quad (3.38)$$

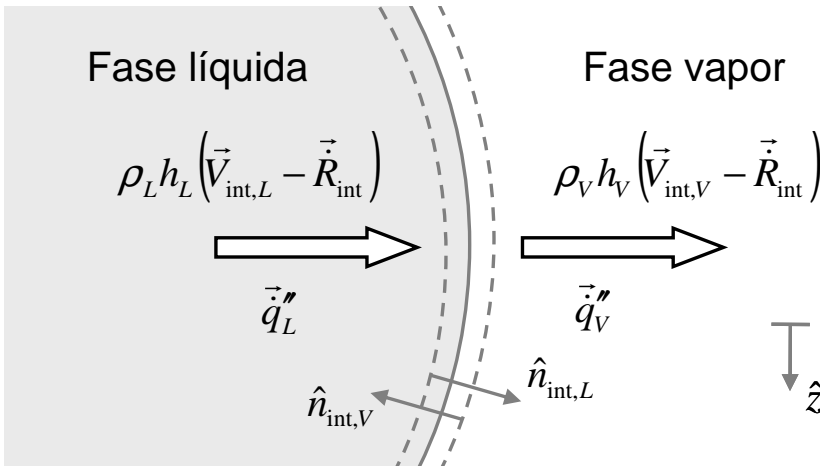
onde  $\tau_{VL}$  é a tensão de cisalhamento sobre o vapor pelas gotículas de líquido. A interpretação física da equação acima é que a variação da quantidade de movimento de vapor no interior do volume de controle é igual à ação devido ao cisalhamento entre líquido e vapor, mais o fluxo de quantidade de movimento devido à transferência de massa.

### 3.3 Conservação da energia

A conservação da energia pode ser escrita na forma integral como:

$$-\dot{Q} - \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho \left( u + \frac{V^2}{2} + gz \right) dV + \int_{SC} \rho \left( h + \frac{V^2}{2} + gz \right) (\vec{V} \cdot \hat{n}) dA \quad (3.39)$$

onde foi utilizada a convenção de que tanto o calor quanto o trabalho que saem pelas fronteiras do volume de controle são positivos. Na Figura 3.5, é mostrado o balanço de energia em um volume de controle geral para a interface entre as gotículas de líquido do *spray* e a fase vapor.



**Figura 3.5** – Balanço de energia na interface entre as fases líquida e vapor.

Aplicando a conservação da energia para a interface líquido-vapor, pode-se desprezar o primeiro termo do lado direito da equação (3.39), pois o escoamento no interior do *spray* é permanente. Além disso, as parcelas do trabalho, da energia cinética e da energia potencial também podem ser desprezadas. Assim, utilizando a notação da Figura 3.5, tem-se:

$$\begin{aligned} & -(\dot{q}_L'' \cdot \hat{n}_{int,L}) \Delta A_{int,G} - (\dot{q}_V'' \cdot \hat{n}_{int,V}) \Delta A_{int,GINT} = \dots \\ & \dots = \int \rho_L h_L \left[ \left( \vec{V}_{int,L} - \vec{R}_{int} \right) \cdot \hat{n}_{int,L} \right] d(\Delta A_{int,G}) + \dots \\ & \dots + \int \rho_V h_V \left[ \left( \vec{V}_{int,V} - \vec{R}_{int} \right) \cdot \hat{n}_{int,V} \right] d(\Delta A_{int,G}) \end{aligned} \quad (3.40)$$

onde  $\dot{q}_L''$  é o fluxo de calor no interior das gotículas (ou seja, desprezando-se a circulação interna),  $\dot{q}_V''$  é o fluxo de calor pelo lado do vapor,  $h_L$  é a entalpia da fase líquida, e  $h_V$  é a entalpia da fase vapor.

Resolvendo os produtos escalares, respeitando o sentido adotado para a transferência de massa, tem-se:

$$\begin{aligned} & -\dot{q}_{\text{int},L}'' \Delta A_{\text{int},G} + \dot{q}_{\text{int},V}'' \Delta A_{\text{int},G} = \dots \\ & \dots + \int \rho_L h_L (V_{\text{int},L} - \dot{R}_{\text{int}}) d(\Delta A_{\text{int},G}) - \dots \\ & \dots + \int \rho_V h_V (V_{\text{int},V} - \dot{R}_{\text{int}}) d(\Delta A_{\text{int},G}) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Substituindo as equações (3.6) e (3.14), integrando a equação (3.41) com a consideração de propriedades uniformes na interface líquido-vapor, e dividindo o resultado por  $\Delta A_{\text{int},G}$ ,

$$\dot{m}_{\text{int},V}'' h_V - \dot{m}_{\text{int},L}'' h_L = \dot{q}_{\text{int},L}'' - \dot{q}_{\text{int},V}'' \quad (3.42)$$

A lei de Fourier (Incropera e DeWitt, 2002), aplicada na interface líquido-vapor, resulta em:

$$\dot{q}_{\text{int},L}'' = -k_L \left( \frac{dT_G}{dr_G} \right)_{r_G=a_G} \quad (3.43)$$

onde  $k_L$  é condutividade térmica,  $a_G$  é o raio médio das gotículas e  $(dT_G/dr_G)_{r_G=a_G}$  é o gradiente de temperatura da fase líquida na interface entre líquido e vapor. Pela lei de resfriamento de Newton (Incropera e DeWitt, 2002), tem-se:

$$\dot{q}_{\text{int},V}'' = h_{\text{conv},G} [T_{\text{int},G} - T_V] \quad (3.44)$$

onde  $h_{\text{conv},G}$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção entre as gotículas e a fase vapor, corrigido para o efeito sopro devido ao transporte de massa interfacial,  $T_{\text{int},G}$  é a temperatura das gotículas de líquido na interface líquido-vapor, e  $T_V$  é a temperatura média da fase vapor.

Substituindo as equações (3.43) e (3.44) na equação (3.42), e rearranjando, tem-se:

$$\dot{m}_{\text{int},V}'' h_V - \dot{m}_{\text{int},L}'' h_L = -k_L \left( \frac{dT_G}{dr_G} \right)_{r_G=a_G} - h_{\text{conv},G} [T_{\text{int},G} - T_V] \quad (3.45)$$

Os dois termos do lado esquerdo da equação (3.45) representam o calor latente trocado pela interface devido à transferência de massa. Já os termos do lado direito representam, respectivamente, calor sensível por condução no interior das gotículas, e o calor sensível por convecção trocado entre as gotículas e a fase vapor.

Analisando as equações (3.10), (3.15), (3.28), (3.38) e (3.45), nota-se que tanto os termos de natureza geométrica,  $A_L$ ,  $A_V$ ,  $\Delta A_{\text{int},G}$  e  $\Delta A_{\text{lat}}$ , quanto os termos de transporte,  $\dot{m}_{\text{int},L}''$ ,  $\dot{m}_{\text{int},V}''$ ,  $\tau_{LV}$ ,  $\tau_{VL}$  e  $h_{\text{conv},G}$ , e ainda o gradiente de temperatura na interface líquido-vapor,  $(dT_G/dr_G)_{r_G=a_G}$ , não são conhecidos. A determinação destes parâmetros é objeto das próximas seções.

### 3.4 Modelagem dos termos geométricos

A área interfacial líquido-vapor  $\Delta A_{\text{int},G}$  pode ser representada por:

$$\Delta A_{\text{int},G} = A_{\text{int},G} \Delta N_G \quad (3.46)$$

onde  $\Delta N_G$  é o número de gotículas de líquido no volume de controle infinitesimal, e  $A_{\text{int},G}$  corresponde à área interfacial de uma gotícula. Definindo  $\alpha$  como a fração volumétrica de líquido no volume de controle, tem-se:

$$\alpha = \frac{\forall_G \Delta N_G}{\Delta \forall} \quad (3.47)$$

onde  $\forall_G$  é o volume de uma gotícula de líquido, e  $\Delta \forall$  é o volume total do volume de controle infinitesimal adotado. O volume  $\Delta \forall$  pode ser aproximado como sendo a multiplicação entre a área transversal do volume de controle  $A_T$  por  $\Delta z$ , ou seja,

$$\Delta \forall = A_T \Delta z \quad (3.48)$$

Substituindo a equação (3.48) na equação (3.47), e rearranjando,

$$\Delta N_G = \frac{\alpha A_T}{\forall_G} \Delta z \quad (3.49)$$

Modelando as gotículas de líquido como esferas, tem-se:

$$\forall_G = \frac{4}{3} \pi a_G^3 \quad (3.50)$$

e

$$A_{\text{int},G} = 4 \pi a_G^2 \quad (3.51)$$

Substituindo as equações (3.49), (3.50) e (3.51) na equação (3.46) e rearranjando, vem que:

$$\Delta A_{\text{int},G} = \frac{3 \alpha A_T}{a_G} \Delta z \quad (3.52)$$

A variável  $\Delta A_{\text{lat}}$ , que representa a área na lateral do cone do *spray*, pode ser obtida por simples cálculos geométricos, mostrados no apêndice A. Tem-se, portanto, que:

$$\Delta A_{\text{lat}} = \frac{\pi (R_1 + R_2)}{\cos\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right)} \Delta z \quad (3.53)$$

onde  $R_1$  é o raio da superfície de controle 1,  $R_2$  é o raio da superfície de controle 2 e  $\theta$  é o ângulo de abertura do *spray*.

Os parâmetros geométricos  $A_L$  e  $A_V$ , correspondentes às áreas das superfícies de controle relativas às fases líquida e vapor, podem ser modelados utilizando o conceito já introduzido de fração volumétrica de líquido. Assim, a partir da equação (3.47),  $A_L$  e  $A_V$  podem ser escritas como:

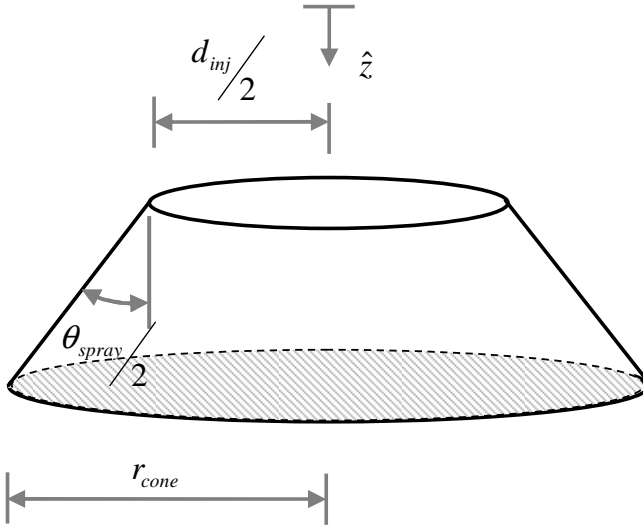
$$A_L = \alpha A_T \quad (3.54)$$

e

$$A_V = (1 - \alpha) A_T \quad (3.55)$$

A área transversal do cone do *spray*, mostrada hachurada na Figura 3.6, é calculada da seguinte forma:

$$A_T = \pi r_{\text{cone}}^2 \quad (3.56)$$



**Figura 3.6** – Área transversal do spray.

Pela figura acima, o raio do cone do *spray* em função de  $z$  é expresso por:

$$r_{cone} = \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \quad (3.57)$$

onde  $d_{inj}$  é o diâmetro do orifício do atomizador que forma o *spray*. Assim,

$$A_T = \pi \left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]^2 \quad (3.58)$$

Substituindo o valor da distância vertical entre o atomizador e a superfície aquecida,  $z_{max}$ , na equação (3.58), pode-se conhecer, finalmente, a área transversal do cone do *spray* ao atingir a superfície,

$$A_{T,F} = \pi \left[ \frac{d_{inj}}{2} + z_{max} \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]^2 \quad (3.59)$$

### 3.5 Modelagem dos termos de transporte

Os termos de fluxo de massa interfacial podem ser obtidos da equação da conservação da massa aplicada na interface entre as fases líquida e vapor. Utilizando-se então da nomenclatura da Figura 3.2, tem-se:

$$\begin{aligned} & \int \rho_L \left[ \left( \vec{V}_{\text{int},L} - \vec{R}_{\text{int}} \right) \cdot \hat{n}_{\text{int},L} \right] d(\Delta A_{\text{int},G}) + \dots \\ & \dots + \int \rho_V \left[ \left( \vec{V}_{\text{int},V} - \vec{R}_{\text{int}} \right) \cdot \hat{n}_{\text{int},V} \right] d(\Delta A_{\text{int},G}) = 0 \end{aligned} \quad (3.60)$$

Resolvendo os produtos escalares, respeitando o sentido do transporte de massa previamente adotado, obtém-se:

$$\int \rho_L (V_{\text{int},L} - \dot{R}_{\text{int}}) d(\Delta A_{\text{int},G}) - \int \rho_V (V_{\text{int},V} - \dot{R}_{\text{int}}) d(\Delta A_{\text{int},G}) = 0 \quad (3.61)$$

Substituindo as equações (3.6) e (3.14), integrando e dividindo o resultado por  $\Delta A_{\text{int},G}$ , a equação acima resulta:

$$\dot{m}_{\text{int},V}'' = \dot{m}_{\text{int},L}'' = \dot{m}_{\text{int}}'' \quad (3.62)$$

Ou seja, toda a massa que deixa a fase líquida, através da interface líquido-vapor, entra na fase vapor, e vice-versa. Aplicando agora a conservação da quantidade de movimento na interface líquido-vapor, considerando somente a quantidade de movimento na direção  $z$ , tem-se:

$$\begin{aligned} & -\tau_{LV,z} \Delta A_{\text{int},G} + \tau_{VL,z} \Delta A_{\text{int},G} = \dots \\ & \dots = \int V_{\text{int},L,z} \rho_L \left[ \left( \vec{V}_{\text{int},L} - \vec{R}_{\text{int}} \right) \cdot \hat{n}_{\text{int},L} \right] d(\Delta A_{\text{int},G}) + \dots \\ & \dots + \int V_{\text{int},V,z} \rho_V \left[ \left( \vec{V}_{\text{int},V} - \vec{R}_{\text{int}} \right) \cdot \hat{n}_{\text{int},V} \right] d(\Delta A_{\text{int},G}) \end{aligned} \quad (3.63)$$

Como já comentado na Seção 3.2, o primeiro termo do lado esquerdo foi tomado como negativo e o segundo termo foi tomado como positivo, devido ao fato da velocidade do líquido ser maior que a velocidade do vapor.

Resolvendo os produtos escalares, respeitando o sentido adotado para a transferência de massa, e substituindo as equações (3.6) e (3.14) na equação (3.63),

$$\begin{aligned} & -\tau_{LV,z} \Delta A_{\text{int},G} + \tau_{VL,z} \Delta A_{\text{int},G} = \dots \\ & \dots = \int V_{\text{int},L,z} \dot{m}_{\text{int},L}'' d(\Delta A_{\text{int},G}) - \int V_{\text{int},V,z} \dot{m}_{\text{int},V}'' d(\Delta A_{\text{int},G}) \end{aligned} \quad (3.64)$$

Pode-se agora integrar a equação acima, com a consideração de que  $V_{\text{int},L,z}$  e  $V_{\text{int},V,z}$  são uniformes na interface líquido-vapor. Logo,

$$\begin{aligned} V_{\text{int},L,z} \dot{m}_{\text{int},L}'' \Delta A_{\text{int},G} + \tau_{LV,z} \Delta A_{\text{int},G} &= \dots \\ \dots &= V_{\text{int},V,z} \dot{m}_{\text{int},V}'' \Delta A_{\text{int},G} + \tau_{VL,z} \Delta A_{\text{int},G} \end{aligned} \quad (3.65)$$

Substituindo as equações (3.31), (3.32), (3.36), (3.37) e (3.62) na equação (3.65), e dividindo toda a equação por  $\Delta A_{\text{int},G}$ , resulta em:

$$V_G \dot{m}_{\text{int}}'' + \tau_{LV} = V_V \dot{m}_{\text{int}}'' + \tau_{VL} \quad (3.66)$$

Esta equação estabelece uma relação direta entre  $\tau_{LV}$  e  $\tau_{VL}$ , e permite resolver problema da troca de quantidade de movimento entre o líquido e o vapor com o conhecimento de um dos termos de cisalhamento apenas. Modelando então a força de cisalhamento que a fase vapor exerce sobre a fase líquida como uma força de arraste do vapor sobre gotículas esféricas,

$$F_{LV} = \frac{1}{2} C_{D,G} \rho_L (V_G - V_V)^2 A_{\text{proj},G} \quad (3.67)$$

onde  $C_{D,G}$  é o coeficiente de arrasto das gotículas corrigido para o efeito sopro devido ao transporte de massa, e  $A_{\text{proj},G}$  é a área projetada da gotícula esférica, a qual é dada por:

$$A_{\text{proj},G} = \pi a_G^2 \quad (3.68)$$

A tensão de cisalhamento é definida por:

$$\tau_{LV} = \frac{F_{LV}}{A_{\text{int},G}} \quad (3.69)$$

Logo, substituindo as equações (3.51), (3.67) e (3.68) na equação (3.69) tem-se:

$$\tau_{LV} = \frac{1}{8} C_{D,G} \rho_L (V_G - V_V)^2 \quad (3.70)$$

Uma correlação desenvolvida por Lefebvre (1989) pode ser utilizada para obter coeficiente de arrasto de um escoamento sobre uma esfera:

$$C_{D,G}^* = \frac{24}{\text{Re}_G} \left( 1 + \frac{\text{Re}_G^{2/3}}{6} \right) \quad (3.71)$$



onde o número de Reynolds<sup>8</sup> das gotículas,  $Re_G$ , é definido por:

$$Re_G = \frac{\rho_V |V_G - V_V| d_G}{\mu_V} \quad (3.72)$$

e  $\mu_V$  é a viscosidade dinâmica da fase vapor.

Corrigindo o coeficiente de arrasto para o efeito gerado pela transferência de massa (Mills, 2001), tem-se que:

$$C_{D,G} = C_{D,G}^* \left( \frac{B_{f,G}}{\exp(B_{f,G}) - 1} \right) \quad (3.73)$$

O fator de sopro de transferência de quantidade de movimento,  $B_{f,G}$ , é calculado pela seguinte equação:

$$B_{f,G} = \frac{\dot{m}_{INT}'' |V_G - V_V|}{\tau_{LV}^*} \quad (3.74)$$

onde  $\tau_{LV}^*$  é a tensão de cisalhamento sem considerar o efeito da transferência de massa (condição de fluxo zero):

$$\tau_{LV}^* = \frac{1}{8} C_{D,G}^* \rho_L (V_G - V_V)^2 \quad (3.75)$$

De forma análoga, o coeficiente de transferência de calor por convecção, corrigido para o efeito sopro,  $h_{conv,G}$ , é calculado como (Mills, 2001):

$$h_{conv,G} = h_{conv,G}^* \left( \frac{B_{h,G}}{\exp(B_{h,G}) - 1} \right) \quad (3.76)$$

onde  $B_{h,G}$  é o fator de sopro para o coeficiente de convecção, e

$h_{conv,G}^*$  é o coeficiente de convecção sem o efeito sopro. O fator de sopro de transferência de calor é calculado por:

<sup>8</sup> O número de Reynolds representa a razão entre as forças de inércia e as forças viscosas que atuam no escoamento.

$$B_{h,G} = \frac{\dot{m}_{\text{int}}'' c_{P,L}}{h_{\text{conv},G}^*} \quad (3.77)$$

onde  $c_{P,L}$  é o calor específico do líquido. O coeficiente de convecção sem o efeito sopro pode ser calculado utilizando a definição de número de Nusselt<sup>9</sup>:

$$B_{h,G} = \frac{\dot{m}_{\text{int}}'' c_{P,L}}{h_{\text{conv},G}^*} \quad (3.78)$$

$$Nu_G = \frac{h_{\text{conv},G}^* d_G}{k_V} \quad (3.79)$$

onde  $k_V$  é a condutividade térmica do vapor.

Ranz e Marshall (1952) desenvolveram uma correlação para o número de Nusselt, considerando o caso especial de transferência de calor por convecção de partículas esféricas a partir de gotículas de água em queda livre. Assim,

$$Nu_G = 2 + 0,6 Re_G^{1/2} Pr_V^{1/3} \quad (3.80)$$

O número de Prandtl<sup>10</sup> da fase vapor,  $Pr_V$ , é definido como:

$$Pr_V = \frac{c_{p,V} \mu_V}{k_V} \quad (3.81)$$

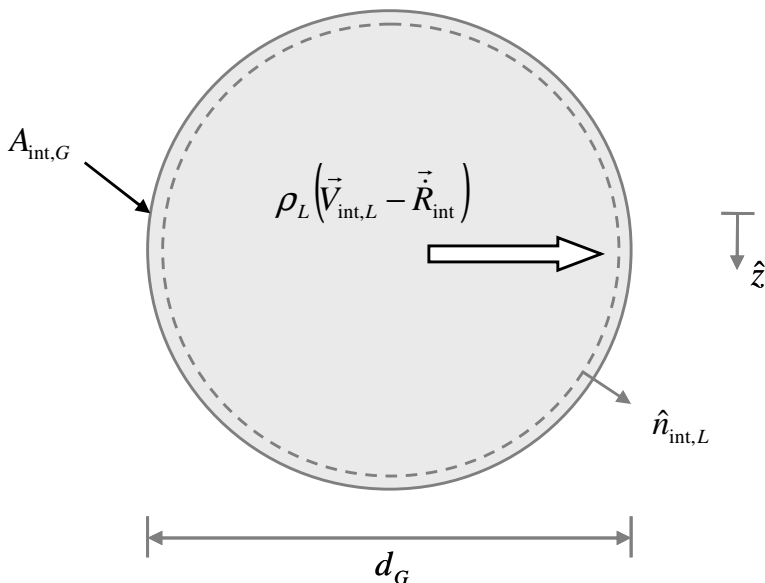
onde  $c_{p,V}$  é o calor específico da fase vapor. No cálculo de  $Pr_V$ , todas as propriedades são avaliadas na temperatura do vapor.

Para modelar o fluxo de massa interfacial,  $\dot{m}_{\text{int}}''$ , é avaliada isoladamente uma gotícula de líquido, como mostrado na Figura 3.7.

---

<sup>9</sup> O número de Nusselt representa o gradiente de temperatura adimensional na superfície.

<sup>10</sup> O número de Prandtl representa a razão entre as difusividades de quantidade de movimento e térmica.



**Figura 3.7** – Volume de controle adotado para análise isolada de uma gotícula de líquido.

Aplicando a equação da conservação da massa, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V,G} \rho_L dV + \int_{SC,int,G} \rho_L (\vec{v}_L \cdot \hat{n}_L) dA = 0 \quad (3.82)$$

Nesta análise o termo transiente é considerado, pois a gotícula sofre mudança no tamanho durante o trajeto da saída do bico injetor até atingir a superfície aquecida. Reescrevendo a equação (3.81) com a nomenclatura da Figura 3.7, e resolvendo o produto escalar, respeitando o sentido adotado para a transferência de massa, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho_L dV_G + \int \rho_L (\vec{v}_{int,L} - \dot{\vec{R}}_{int}) dA_{int,G} = 0 \quad (3.83)$$

Resolvendo as integrais, considerando de propriedades uniformes e constantes, e substituindo as equações (3.6), (3.50), (3.51) e (3.62) na equação acima, e rearranjando os termos, obtém-se:

$$\dot{m}_{int}'' = -\rho_L \frac{\partial a_G}{\partial t} \quad (3.84)$$

A partir da regra da cadeia, pode-se fazer a seguinte consideração:

$$\frac{\partial a_G}{\partial t} = \frac{\partial a_G}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \cong \frac{\partial a_G}{\partial z} V_G \quad (3.85)$$

Assim,

$$\dot{m}_{\text{int}}'' = -\rho_L V_G \frac{\partial a_G}{\partial z} \quad (3.86)$$

### 3.6 Derivada da temperatura na interface da gotícula

A equação da difusão do calor em coordenadas esféricas pode ser escrita por (Incropera e Dewitt, 2002):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( k r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \dots \\ & \dots = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( k \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \dot{Q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.87)$$

Para o problema da difusão do calor nas gotículas de líquido do *spray*, assume-se simetria radial e despreza-se a circulação de líquido no interior da gotícula. Logo, a equação acima se reduz à:

$$\frac{1}{r_G^2} \frac{\partial}{\partial r_G} \left( r_G^2 \frac{\partial T_G}{\partial r_G} \right) = \frac{1}{\alpha_{T,L}} \frac{\partial T_G}{\partial t} \quad (3.88)$$

onde a temperatura das gotículas,  $T_G$ , é função de  $r_G$  e  $t$ . Aqui,  $\alpha_{T,L}$  representa a difusividade térmica do líquido, definida como:

$$\alpha_{T,L} = \frac{k_L}{\rho_L c_{p,L}} \quad (3.89)$$

As condições de contorno do problema são:

$$T_G(a_G, t) = T_{\text{int},G} \quad (3.90)$$

e

$$\left( \frac{dT_G}{dr_G} \right)_{r_G=0} = 0 \quad (3.91)$$

onde  $T_{\text{int},G}$  é a temperatura na interface entre as fases líquido e vapor. Caso haja mudança de fase, considera-se que a temperatura na interface seja a temperatura de saturação do fluido,  $T_{\text{sat}}$ . Se não

ocorrer mudança de fase,  $T_{int,G}$  é tomada como sendo aproximadamente igual a  $T_V$ . A condição inicial do problema é:

$$T_G(r_G, 0) = T_{inj,G} \quad (3.92)$$

onde  $T_{inj,G}$  é a temperatura das gotículas na saída do bico injetor.

A equação (3.87) constitui uma EDP<sup>11</sup> parabólica de segunda ordem, linear e homogênea, que pode ser resolvida pelo método da separação de variáveis. O procedimento para chegar à solução é mostrado no apêndice B e a solução analítica da equação é apresentada abaixo.

$$T_G(r_G, t) = T_{sat} - \frac{2a_G}{r_G} (T_{inj,G} - T_{sat}) \dots \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi r_G}{a_G}\right) \exp\left[-(n\pi)^2 \frac{\alpha_{r,L} t}{a_G^2}\right] \quad (3.93)$$

A equação acima se apresenta como uma solução de transiente, ou seja, a temperatura das gotículas pode ser conhecida ao longo do tempo. Porém, como o *spray* é resolvido para regime permanente, é necessário conhecer a temperatura das gotículas ao longo da direção axial  $z$ . Logo, a partir de uma mudança de variáveis que determina o “tempo de voo” equivalente das gotículas em cada posição  $z$ , transforma-se a equação (3.93) de modo a obter  $T_G(r_G, z)$ . Para o cálculo do tempo equivalente, pode-se utilizar a seguinte aproximação:

$$t = t_{ant} + \frac{\Delta z}{V_G} \quad (3.94)$$

onde  $t_{ant}$  é o tempo equivalente da posição  $z$  anterior.

Esta equação também permite que se conheça o tempo total que uma gotícula deve percorrer desde a saída do atomizador até o impacto com a superfície,  $t_{imp}$ .

---

<sup>11</sup> Equação Diferencial Parcial.

Pode-se ainda obter o valor da temperatura média das gotículas em qualquer posição  $z$  distante do atomizador, efetuando-se uma média no volume, ou seja,

$$\overline{T}_G(z) = \frac{4\pi}{\nabla_G} \int_0^{a_G} T_G(r_G, z) r_G^2 dr_G \quad (3.95)$$

Derivando a equação (3.93) em relação à  $r_G$ , e aplicando o resultado para  $r_G = a_G$ , tem-se o gradiente de temperaturas na interface líquido-vapor:

$$\left( \frac{dT_G}{dr_G} \right)_{r_G=a_G} = \frac{2}{a_G} (T_{inj,G} - T_{sat}) \dots \quad (3.96)$$

$$\dots \sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\pi) \left[ \frac{1}{n\pi} \sin(n\pi) - \cos(n\pi) \right] \exp \left[ - (n\pi)^2 \frac{\alpha_{T,L} t}{a_G^2} \right]$$

### 3.7 Sistema de equações

Para a solução do problema deve-se formar um sistema de equações e incógnitas passível de ser resolvido numericamente. O primeiro passo é substituir os termos de transporte e termos geométricos, obtidos nas seções (3.4) e (3.5), nas equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia. Este desenvolvimento é omitido aqui, mas é mostrado em detalhes no apêndice C. As equações (3.10), (3.15), (3.28), (3.38), (3.45) e (3.86), ficam, então, respectivamente, com a seguinte forma:

$$\frac{d\alpha}{dz} = - \frac{\alpha}{V_G} \frac{dV_G}{dz} - \frac{3\alpha}{a_G} \frac{\dot{m}_{int}''}{\rho_L V_G} - \frac{2\alpha \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right)}{\left[ d_{inj}/2 + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]} \quad (3.97)$$

$$\dot{m}_{lat,V}'' = \frac{\rho_V \cos\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right)}{(R_1 + R_2)} \left[ d_{inj}/2 + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right] \dots$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[ d_{inj}/2 + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right] \left[ (1-\alpha) \frac{dV_V}{dz} - \dots \right. \\ & \left. \dots + V_V \frac{d\alpha}{dz} - \frac{3\alpha}{a_G} \dot{m}_{int}'' \right] + \dots \\ & \left[ \dots + 2(1-\alpha)V_V \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.98)$$

$$\frac{dV_G}{dz} = -\frac{V_G}{2\alpha} \frac{d\alpha}{dz} - \frac{3}{2a_G} \frac{\dot{m}_{int}''}{\rho_L} - \frac{3}{2a_G} \frac{\tau_{LV}}{\rho_L V_G} - \dots$$

$$V_G \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \quad (3.99)$$

$$\dots + \frac{1}{\left[ d_{inj}/2 + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]}$$

$$\frac{dV_V}{dz} = \frac{V_V}{2(1-\alpha)} \frac{d\alpha}{dz} + \frac{3\alpha}{2a_G \rho_V (1-\alpha)V_V} [\dot{m}_{int}'' V_G + \tau_{LV}] - \dots$$

$$V_V \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \quad (3.100)$$

$$\dots + \frac{1}{\left[ d_{inj}/2 + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]}$$

$$\dot{m}_{int}'' = -\frac{k_L}{h_{LV}} \left( \frac{dT_G}{dr_G} \right)_{r_G=a_G} - \frac{h_{conv,G}}{h_{LV}} [T_{int,G} - T_V] \quad (3.101)$$

e

$$\frac{\partial a_G}{\partial z} = -\frac{\dot{m}_{int}''}{\rho_L V_G} \quad (3.102)$$

onde  $h_{LV}$  é a entalpia de mudança de fase líquido-vapor, ou seja,

$$h_{LV} = h_V - h_L \quad (3.103)$$

O conjunto das equações diferenciais formado pelas equações (3.97), (3.99), (3.100) e (3.102), juntamente com as incógnitas  $\alpha_L$ ,  $V_G$ ,  $V_V$ ,  $a_G$ , formam um sistema de quatro equações e quatro incógnitas, que pode ser resolvido numericamente. O fluxo de massa interfacial, necessário para a solução, é obtido diretamente da equação (3.101) sendo  $(dT_G/dr_G)_{r_G=a_G}$  calculado pela equação (3.96). Já a equação (3.98) é uma equação independente do sistema, e é utilizada somente para se conhecer o arraste de vapor para o interior do cone do *spray*.

### 3.8 Perfil gaussiano para a velocidade das gotículas

Como já comentado na revisão bibliográfica, Hsieh e Tien (2007) utilizaram um equipamento de velocimetria laser doppler para caracterizar os perfis de velocidades em um *spray* de líquido. Os resultados mostraram que a velocidade axial das gotículas segue uma tendência de sino. Vários autores concluíram que a velocidade de impacto das gotículas no filme de líquido formado na superfície possui grande influência sobre a transferência de calor no filme (Crowe, 2006; Kim, 2006; Chen, 2002).

A exemplo do que é feito para jatos (Bird *et al.*, 2007) e para plumas multifásicas (Socolofsky *et al.*, 2000; Leitch e Baines, 1989), pode ser empregado no *spray* uma formulação quasi-bidimensional, que considera a variação radial dos campos de velocidade das gotículas no *spray* por meio de perfis gaussianos. A implementação destes perfis objetiva dar uma maior coerência física ao problema, transformando a solução de  $V_G$  em uma solução com “uma e meia” dimensões.

Uma típica distribuição gaussiana é descrita pela função:

$$f(x) = \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \bar{x}}{\sigma_{pad}} \right)^2 \right] f_{\max} \quad (3.104)$$

onde,  $\bar{x}$  é o valor médio da variável  $x$ ,  $\sigma$  é o desvio padrão e  $f_{\max}$  é o valor máximo da função.



Aplicando a distribuição gaussiana para o perfil de velocidades das gotículas em função do raio, em cada posição  $z$  distante do atomizador,

$$V_G(r) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\Omega} \frac{r}{r_{cone}}\right)^2\right] V_{G,centro} \quad (3.105)$$

onde  $r_{cone}$  é o raio do cone dado pela equação (3.57) e  $V_{G,centro}$  é a velocidade das gotículas na linha de centro do spray. O desvio padrão da distribuição gaussiana foi tomado como sendo o raio do cone multiplicado por um fator  $\Omega$ . Uma análise paramétrica mostrou que 0,3 constitui um valor razoável para  $\Omega$ .

Pode-se aplicar a equação da continuidade para se descobrir qual é o valor da velocidade das gotículas no centro do spray para qual a massa é conservada. Se for considerado que não existem gotículas fora do cone do spray, a taxa de massa de líquido em um ponto qualquer distante do atomizador pode ser escrita por:

$$\dot{m}_L = \int_0^{r_{cone}} \alpha \rho_L V_G(r) 2\pi r dr \quad (3.106)$$

Substituindo a equação (3.105) na equação acima, e rearranjando,

$$\dot{m}_L = 2\pi\alpha\rho_L V_{G,centro} \int_0^{r_{cone}} r \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\Omega} \frac{r}{r_{cone}}\right)^2\right] dr \quad (3.107)$$

A vazão em massa de líquido também pode ser escrita em função da velocidade média das gotículas:

$$\dot{m}_L = \alpha \rho_L V_G \pi r_{cone}^2 \quad (3.108)$$

Igualando (3.107) a (3.108), resulta:

$$V_{G,centro} = \frac{V_G r_{cone}^2}{2 \int_0^{r_{cone}} r \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\Omega} \frac{r}{r_{cone}}\right)^2\right] dr} \quad (3.109)$$

Cabe ainda ressaltar que, de modo similar ao que ocorre nos jatos, o perfil de velocidades gaussiano é válido para posições suficientemente afastadas a jusante do atomizador, onde o escoamento pode ser classificado como auto-similar. No presente estudo, foi considerado que a distribuição gaussiana para as

velocidades das gotículas pode ser utilizada fora da zona de quebra do *spray*.

Lee e Tarkin (1983) desenvolveram uma expressão para cálculo do comprimento da zona de quebra, em função do número de Weber baseado no diâmetro do injetor. Para  $We_{inj} \leq 750$ ,

$$L_{quebra} = 2,5 \sqrt{\frac{\pi d_{inj}^2}{4}} We_{inj}^{0,3} \quad (3.110)$$

Já se  $We_{inj} > 750$ ,

$$L_{quebra} = 200 \sqrt{\frac{\pi d_{inj}^2}{4}} We_{inj}^{-0,37} \quad (3.111)$$

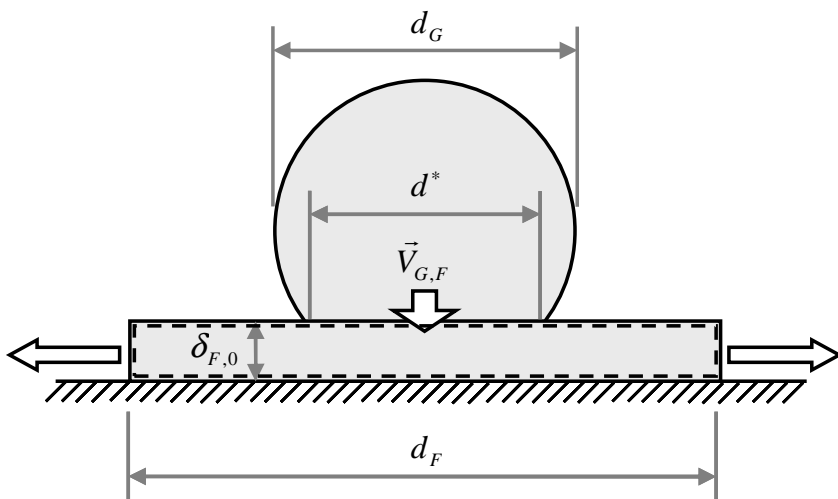
## 4 Modelo de Integração entre Spray e Filme

Dependendo dos valores de vazão mássica e de fluxo de calor, as gotículas atomizadas, ao impactarem na superfície, podem ou não formar um filme contínuo sobre esta, constituindo dois diferentes tipos de regime de transferência de calor junto à superfície.

Assume-se que as gotículas de líquido no spray possuem forma perfeitamente esférica, e que estas, ao atingirem a superfície, deformam-se e formam discos cilíndricos de diâmetro  $d_F$  e espessura inicial  $\delta_{F,0}$ , como mostrado na Figura 4.1.

À medida que a gotícula se deforma, o diâmetro do disco aumenta até que se atinja o diâmetro máximo de espalhamento,  $d_{F,max}$ , que corresponde ao ponto em que a soma da força de tensão superficial com as forças viscosas se torna maior que as forças de inércia. (Pasandideh-Fard *et al.*, 1996). Após este ponto, ocorre o respingo da gotícula (*droplet recoil*), fenômeno este que será desprezado nesta modelagem.

A espessura do filme também é alterada com o tempo, mesmo durante a deformação da gotícula, devido ao efeito da evaporação.



**Figura 4.1** – Modelo de espalhamento da gotícula na superfície.

As hipóteses simplificativas adotadas para o modelo do filme contínuo são:

- Escoamento incompressível;
- Gotículas de líquido do *spray* esféricas;
- Variação de energia potencial desprezível;
- Não há respingos ou atomização secundária de gotículas;
- Temperatura da fase vapor uniforme e constante;
- O tempo para uma gotícula deformar é muito menor que o tempo para esta evaporar completamente.

Um ponto chave do modelo que determina o tipo do filme formado (ou seja, contínuo ou descontínuo) é a obtenção de uma equação que relacione  $d_{F,\max}$  com  $\delta_{F,0}$ . Isto pode ser feito igualando-se o volume da gotícula esférica, com o volume final do disco, ou seja.

$$\forall_G = \forall_D \quad (4.1)$$

O volume da gotícula  $\forall_G$  é facilmente calculado pela equação 3.50. Para o cálculo do volume final do disco, considera-se o fato de que, no momento em que cilindro atinge seu diâmetro máximo, a espessura do filme é uniforme e igual a  $\delta_{F,0}$ . Assim,

$$\forall_D = \frac{\pi}{4} d_{\max}^2 \delta_{F,0} \quad (4.2)$$

Substituindo as equações (3.50) e (4.2) na equação (4.1), fazendo a conversão de  $a_G$  para  $d_G$ , e rearranjando, tem-se:

$$\frac{2}{3} d_G^3 = d_{\max}^2 \delta_{F,0} \quad (4.3)$$

O parâmetro  $\delta_{F,0}$  pode ser obtido de duas formas. A primeira é a partir da equação desenvolvida por Toda e Uchida (1973), que realizaram estudos experimentais sobre a relação entre o diâmetro de uma gotícula impactando sobre uma superfície aquecida e a espessura do filme formado sobre a superfície. A seguinte relação foi encontrada:

$$\delta_{F,0} = 0,5409 \nu_L^{0,4} d_{G,F}^{0,6} \quad (4.4)$$

onde  $\nu_L$  é a viscosidade cinemática do líquido e  $d_{G,F}$  é o diâmetro médio das gotículas ao atingir o filme. Esta equação é válida para  $V_{G,F} \geq 7 \text{ m/s}$  e  $d_{G,F} \leq 2,6 \text{ mm}$ .

Conhecendo-se  $\delta_{F,0}$ , pode-se obter  $d_{F,\max}$  pela equação (4.3). Assim,

$$d_{F,\max} = \sqrt{\frac{2d_G^3}{3\delta_{F,0}}} \quad (4.5)$$

Alternativamente, Pasandideh-Fard *et al.* (1996), através de uma análise das parcelas de energia cinética e superficial antes e após impacto da gotícula com a superfície, e do trabalho total associado à deformação da gotícula, desenvolveram uma equação para calcular diretamente  $d_{F,\max}$ , dada por:

$$d_{F,\max} = \sqrt{\frac{We_{G,F} + 12}{3(1 - \cos \theta_a) + 4 \frac{We_{G,F}}{\sqrt{Re_{G,F}}}}} \quad (4.6)$$

onde  $We_{G,F}$  e  $Re_{G,F}$  são os números de Weber e de Reynolds das gotículas de líquido ao atingir o filme e  $\theta_a$  é o ângulo de contato entre o líquido e a superfície.  $We_{G,F}$  e  $Re_{G,F}$  são dados por:

$$We_{G,F} = \frac{\rho_L V_{G,F}^2 d_{G,F}}{\sigma_L} \quad (4.7)$$

e

$$Re_{G,F} = \frac{\rho_L V_{G,F} d_{G,F}}{\mu_L} \quad (4.8)$$

Na presente análise,  $V_{G,F}$  e  $d_{G,F}$  são respectivamente a velocidade e o diâmetro das gotículas ao atingir a superfície, e  $\sigma_L$  é a tensão superficial do líquido. Como  $d_{F,\max}$  é conhecido, pode-se agora utilizar a equação (4.3) para obter o valor de  $\delta_{F,0}$  como:

$$\delta_{F,0} = \frac{2}{3} \frac{d_G^3}{d_{F,\max}^2} \quad (4.9)$$

A equação de Pasandideh-Fard *et al.*, sendo função de  $We_{G,F}$  e  $\theta_a$ , aparenta ser mais coerente para cálculo de parâmetros superficiais ( $\delta_{F,0}$  e  $d_{F,\max}$ ) do que a equação de Toda e Uchida. Porém há a necessidade de se conhecer  $\theta_a$ , um parâmetro fortemente dependente da combinação fluido-superfície. Assim, neste estudo, as equações (4.4) e (4.5) serão usadas para correlacionar  $d_{F,\max}$  e  $\delta_{F,0}$ , em detrimento das equações (4.6) e (4.9).

Para determinar o tipo de filme formado sobre a superfície, ainda restam alguns parâmetros que devem ser conhecidos. São estes a razão de cobertura da superfície pelo líquido  $R_C$ , o tempo requerido para uma gotícula atingir o diâmetro máximo de espalhamento  $\tau_{def}$ , o tempo necessário para uma gotícula evaporar totalmente após atingir a superfície  $\tau_{evap}$ , e o tempo de ciclo entre o impacto sucessivo de duas gotículas no mesmo ponto da superfície  $\tau_{ciclo}$ .

#### 4.1 Cálculo da razão de cobertura

A razão de cobertura da superfície pelo líquido pode ser expressa por:

$$R_C = \frac{A_{W,L}}{A_W} \quad (4.10)$$

A área total da superfície,  $A_W$ , e a parcela da área da superfície em contato com o líquido,  $A_{W,L}$ , são calculadas respectivamente por:

$$A_W = \frac{\pi d_W^2}{4} \quad (4.11)$$

e

$$A_{W,L} = N_{G,F} \frac{\pi d_{F,\max}^2}{4} \quad (4.12)$$

onde  $d_w$  é o diâmetro da superfície (suposta circular) e  $N_{G,F}$  é o número de gotículas de líquido que atingem a superfície a ser resfriada ao mesmo instante. Assim, a equação (4.10) fica:

$$R_C = N_{G,F} \frac{d_{F,\max}^2}{d_w^2} \quad (4.13)$$

Estatisticamente, o número de gotículas que atingem a superfície é constante e pode ser aproximado como:

$$N_{G,F} = \alpha \frac{A_{W,\text{cone}}}{A_{\text{proj},G}} \quad (4.14)$$

Aqui,  $A_{W,\text{cone}}$  representa a área da superfície abaixo do cone do *spray*. Este parâmetro assume diferentes valores dependendo de  $A_{T,F}$  e  $A_w$ . Caso a área transversal do cone do *spray* que atinge a superfície, calculada pela equação (3.59), seja maior que a área da superfície,  $A_{W,\text{cone}}$  é igual a  $A_w$ . Caso contrário,  $A_{W,\text{cone}}$  assume o valor de  $A_{T,F}$ .

## 4.2 Cálculo do tempo de deformação

O tempo requerido para uma gotícula atingir o máximo diâmetro de espalhamento, após o impacto com a superfície, pode ser calculado segundo o modelo de impacto e espalhamento proposto por Pasandideh-Fard *et al.* (1996), onde líquido escoar a partir de uma esfera truncada para o filme, através de uma área  $A^*$  de diâmetro variável  $d^*$ , com velocidade aproximadamente igual a  $V_{G,F}$ , conforme mostra a Figura 4.1.

Aplicando a conservação da massa para um volume de controle em volta do filme, durante a deformação da gotícula, tem-se:

$$\rho_L \frac{d\forall_D^*}{dt} - \rho_L V_{G,F} A^* = 0 \quad (4.15)$$

onde  $A^*$  é a área da interface entre a gotícula e o filme, e  $\forall_D^*$  é o volume do filme durante o espalhamento da gota, dados respectivamente por:

$$A^* = \pi \frac{d^{*2}}{4} \quad (4.16)$$

e

$$\nabla_D^* = \pi \frac{d_F^2}{4} \delta_{F,0} \quad (4.17)$$

Substituindo as duas equações acima, e aplicando a regra da cadeia na derivada em (4.15), considerando  $\delta_{F,0}$  constante durante a deformação, tem-se que:

$$d_F \frac{d(d_F)}{dt} = \frac{V_{G,F} d^{*2}}{2\delta_{F,0}} \quad (4.18)$$

$d^*$  possui valor variável entre 0 e  $d_{G,F}$  durante o impacto da gotícula. Adotando um valor médio, ou seja,  $d^* \cong d_{G,F}/2$ , e substituindo a equação (4.3) na equação (4.18), resulta em:

$$d_F \frac{d(d_F)}{dt} = \frac{3}{16} \frac{V_{G,F} d_{F,\max}^2}{d_{G,F}} \quad (4.19)$$

Efetuada a integração em  $d_F$  de 0 a  $d_{F,\max}$ , e em  $t$  de 0 a  $\tau_{def}$ ,

$$\int_0^{d_{F,\max}} d_F d(d_F) = \int_0^{\tau_{def}} \frac{3}{16} \frac{V_{G,F} d_{F,\max}^2}{d_{G,F}} dt \quad (4.20)$$

Resolvendo as integrais e rearranjando os termos, tem-se finalmente o tempo de espalhamento da gotícula:

$$\tau_{def} = \frac{8}{3} \frac{d_{G,F}}{V_{G,F}} \quad (4.21)$$

### 4.3 Cálculo do tempo de evaporação

De modo análogo ao utilizado para obtenção da equação (3.101), a equação da conservação da energia pode ser aplicada na interface entre o filme de líquido e o vapor para se calcular o fluxo de massa interfacial do filme. Assim,



$$\dot{m}_{\text{int},F}'' = -\frac{\overline{h_{\text{conv},V}}}{h_{LV}}(T_{\text{int},F} - T_V) - \frac{k_L}{h_{LV}} \left( \frac{dT_F}{dy} \right)_{y=\overline{\delta_F}} \quad (4.22)$$

onde  $\overline{h_{\text{conv},V}}$  é o coeficiente de transferência de calor médio entre o filme e o vapor ambiente, e  $T_F$  e  $\overline{\delta_F}$  são, respectivamente, a temperatura e a espessura média do filme de líquido.  $T_{\text{int},F}$  é a temperatura na interface do filme.

Aplicando novamente a conservação da massa, porém agora em um volume de controle envolvendo o filme durante a evaporação, e considerando as propriedades uniformes e constantes, tem-se que:

$$\rho_L \frac{\partial \nabla_D}{\partial t} + \dot{m}_{\text{int},F}'' A_{\text{int},F} = 0 \quad (4.23)$$

O volume do filme  $\nabla_D$  e a área interfacial  $A_{\text{int},F}$  são dados, respectivamente, por:

$$\nabla_D = \pi \frac{d_{F,\text{max}}^2}{4} \overline{\delta_F} \quad (4.24)$$

e

$$A_{\text{int},F} = \pi \frac{d_{F,\text{max}}^2}{4} \quad (4.25)$$

Rearranjando a equação (4.23) e substituindo nela as equações (4.24) e (4.25), resulta em:

$$\dot{m}_{\text{int},F}'' = -\rho_L \frac{d\overline{\delta_F}}{dt} \quad (4.26)$$

Igualando a equação acima à equação (4.22), tem-se:

$$\frac{d\overline{\delta_F}}{dt} = \frac{\overline{h_{\text{conv},V}}}{h_{LV} \rho_L} (T_{\text{int},F} - T_V) + \frac{k_L}{h_{LV} \rho_L} \left( \frac{dT_F}{dy} \right)_{y=\overline{\delta_F}} \quad (4.27)$$

O gradiente de temperatura do filme na interface,  $(\partial T_F / \partial y)_{y=\overline{\delta_F}}$ , pode ser obtido resolvendo a equação da difusão do calor no filme, desprezando o movimento no interior deste. Para resolver o problema da evaporação do filme cilíndrico, considera-se que há condução de calor transiente unidimensional na direção  $y$ , com fluxo

de calor prescrito em uma interface, e temperatura prescrita na outra interface. Assim a equação do calor fica:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial T_F}{\partial y} \right) = \frac{1}{\alpha_{T,L}} \frac{\partial T_F}{\partial t} \quad (4.28)$$

E as condições de contorno e inicial do problema são:

$$T_F(\overline{\delta_F}, t) = T_{\text{int},F} \quad (4.29)$$

$$-k_L \left( \frac{\partial T_F}{\partial y} \right)_{y=0} = \dot{q}_W'' \quad (4.30)$$

e

$$T_F(y, 0) = T_{\text{int},F} \quad (4.31)$$

A equação (4.28) é uma EDP parabólica de segunda ordem linear homogênea. Sua solução é obtida de forma análoga àquela apresentada no apêndice D. Assim,

$$T_F(y, t) = T_{\text{int},F} + \frac{\dot{q}_W''}{k_L} (\overline{\delta_F} - y) - \frac{8\dot{q}_W'' \overline{\delta_F}}{k_L \pi^2} \dots \quad (4.32)$$

$$\dots \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \exp \left[ -\frac{(2n+1)^2 \pi^2 \alpha_{T,L} t}{4\overline{\delta_F}^2} \right] \sin \left( \frac{(2n+1)\pi(\overline{\delta_F} - y)}{2\overline{\delta_F}} \right)$$

Derivando a equação acima em relação à  $y$  e aplicando em  $y = \overline{\delta_F}$ , resulta em:

$$\left( \frac{\partial T_F}{\partial y} \right)_{y=\overline{\delta_F}} = -\frac{\dot{q}_W''}{k_L} + \frac{8\dot{q}_W'' \overline{\delta_F}}{k_L \pi^2} \dots \quad (4.33)$$

$$\dots \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \exp \left[ -\frac{(2n+1)^2 \pi^2 \alpha_{T,L} t}{4\overline{\delta_F}^2} \right] \frac{(2n+1)\pi}{2\overline{\delta_F}}$$

Substituindo então na equação (4.26), tem-se:

$$\frac{d\overline{\delta_F}}{dt} = \frac{\overline{h_{conv,V}}}{\overline{h_{LV}\rho_L}} [T_{int,F} - T_V] + \frac{k_L}{\overline{h_{LV}\rho_L}} \dots$$

$$\left\{ \begin{aligned} & -\frac{\ddot{q}_W}{k_L} + \frac{8\ddot{q}_W \overline{\delta_F}}{k_L \pi^2} \dots \\ & \dots \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \exp \left[ -\frac{(2n+1)^2 \pi^2 \alpha_{T,L} t}{4\overline{\delta_F}^2} \right] \frac{(2n+1)\pi}{2\overline{\delta_F}} \end{aligned} \right\} \quad (4.34)$$

A condição inicial para  $\overline{\delta_F}$  é:

$$\overline{\delta_F}(0) = \delta_{F,0} \quad (4.35)$$

Para efeitos de transferência de calor, o escoamento da fase vapor sobre o filme de líquido é aproximado como o escoamento de um jato circular contra uma superfície rugosa. Assim,  $\overline{h_{conv,V}}$  pode ser aproximado como sendo o coeficiente de transferência de calor para jatos colidentes. Martin (1977) coletou dados de diversas fontes e recomenda a seguinte correlação para um único bico redondo:

$$\frac{Nu_V}{Pr_V^{0,42}} = G_1 \left( \frac{r_W}{d_{inj}}, \frac{z_{max}}{d_{inj}} \right) F_1(Re_{inj}) \quad (4.36)$$

onde,

$$G_1 = \frac{d_{inj}}{r_W} \frac{1 - 1,1 \frac{d_{inj}}{r_W}}{1 + 0,1 \left( \frac{z_{max}}{d_{inj}} - 6 \right) \frac{d_{inj}}{r_W}} \quad (4.37)$$

$$F_1 = 2 Re_{inj,V}^{0,5} \sqrt{1 + 0,005 Re_{inj,V}^{0,55}} \quad (4.38)$$

e

$$Re_{inj,V} = \frac{\rho_V d_{inj} V_{inj,V}}{\mu_V} \quad (4.39)$$

As faixas de validade da equação (4.36) são:

$$\left[ \begin{array}{c} 2000 \leq Re_{inj} \leq 400000 \\ 2 \leq z_{\max}/d_{inj} \leq 12 \\ 2,5 \leq r_w/d_{inj} \leq 7,5 \end{array} \right]$$

Conhecendo-se  $Nu_V$ , o valor de  $\overline{h_{conv,V}^*}$ , que é o coeficiente de convecção sem o efeito sopro, pode ser determinado por:

$$\overline{h_{conv,V}^*} = \frac{Nu_V k_V}{d_{inj}} \quad (4.40)$$

É necessário efetuar a correção do coeficiente de transferência de calor por convecção para o efeito sopro, de forma análoga à feita anteriormente para  $\overline{h_{conv,G}^*}$ . Logo,

$$\overline{h_{conv,V}} = \overline{h_{conv,V}^*} \left( \frac{B_{h,F}}{\exp(B_{h,F}) - 1} \right) \quad (4.41)$$

onde o fator de sopro  $B_{h,F}$  é calculado por:

$$B_{h,G} = \frac{\dot{m}_{int,F}'' C_{P,V}}{\overline{h_{conv,V}^*}} \quad (4.42)$$

A equação (4.34) é uma EDO<sup>12</sup> de primeira ordem, linear e homogênea, que pode ser facilmente resolvida numericamente. O valor de  $\tau_{evap}$  é conhecido substituindo-se  $\delta_F(\tau_{evap}) = 0$  na solução encontrada.

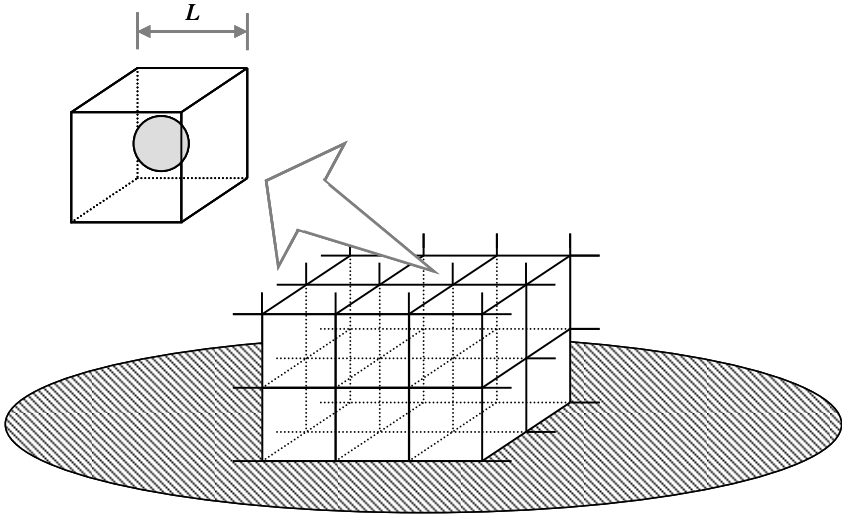
#### 4.4 Cálculo do tempo de ciclo

Para calcular o tempo de ciclo,  $\tau_{ciclo}$ , assume-se que as gotículas de líquido atingem periodicamente um ponto arbitrário da superfície a ser resfriada. Um ciclo é definido como sendo o intervalo entre o impacto de duas gotículas sucessivas no mesmo ponto.

---

<sup>12</sup> Equação Diferencial Ordinária.

Considera-se então que a região onde está ocorrendo o resfriamento pelo *spray* é dividida uniformemente em cubos de lado  $L$ , e que cada cubo pode conter somente uma gotícula de líquido, como mostra a Figura 4.2. Consequentemente, a superfície a ser resfriada também é dividida em quadrados de lado  $L$ .



**Figura 4.2** – Divisão da região de impacto do *spray* em cubos de lado  $L$ .

Analisando isoladamente uma região quadrada arbitrária da superfície, pode-se dizer que o tempo de ciclo desta região é dado pelo tempo que uma gotícula leva para percorrer a distância  $L$ , referente à aresta vertical do cubo, ou seja,

$$\tau_{ciclo} = \frac{L}{V_{G,F}} \quad (4.43)$$

Foi admitido que cada cubo de lado  $L$  possui apenas uma única gotícula. Assim, o número de gotículas por unidade de volume nas proximidades do filme pode ser calculado por:

$$N_G''' = \frac{1}{L^3} \quad (4.44)$$

Rearranjando a equação (3.49) e aplicando-a no ponto de impacto das gotículas com o filme, tem-se,

$$\frac{\Delta N_{G,F}}{\Delta \forall} = \frac{\alpha_F}{\forall_{G,F}} \quad (4.45)$$

Como o termo  $\Delta N_{G,F}$  corresponde ao número total de gotículas no interior de um volume de controle do *spray* próximo ao filme, a razão  $\Delta N_{G,F} / \Delta V$  é o próprio  $N_G'''$ . Substituindo então a equação (4.45) na equação (4.44), e rearranjando, tem-se:

$$L = \sqrt[3]{\frac{\pi d_{G,F}^3}{6\alpha_F}} \quad (4.46)$$

Finalmente, substituindo a equação acima na equação (4.43), chega-se ao valor de  $\tau_{ciclo}$ :

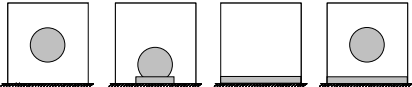

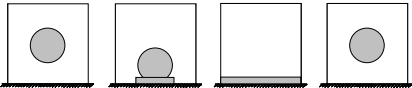

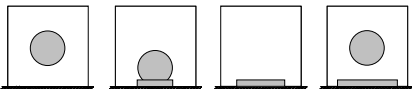

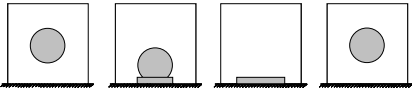

$$\tau_{ciclo} = \frac{d_{G,F}}{V_{G,F}} \sqrt[3]{\frac{\pi}{6\alpha_F}} \quad (4.47)$$

#### 4.5 Critérios para definição do tipo de filme formado

O tipo de filme formado sobre a superfície depende dos valores de  $R_C$ ,  $\tau_{evap}$  e  $\tau_{ciclo}$ . Por exemplo, para valores da razão de cobertura maiores ou iguais a um, as gotículas de líquido, após impactarem com a superfície, formam um filme contínuo sobre esta. Por outro lado, se o tempo de evaporação da gotícula for menor que o tempo de ciclo calculado, o filme vai desaparecer até o impacto da próxima gotícula.

Ao considerar a combinação dos parâmetros acima na análise isolada de uma gotícula em regime transiente, pode-se mapear quatro condições de operação que irão formar quatro tipos diferentes de filmes. Contudo, como o modelo do *spray* é resolvido adotando regime permanente, somente dois tipos de filme são considerados: filme contínuo e filme descontínuo.

Todas as condições de formação do filme estão mapeadas em detalhes na Figura 4.3.

Condição	Evolução durante um ciclo	Filme formado
$R_c \geq 1$ e $T_{\text{evap}} > T_{\text{ciclo}}$	Filme contínuo que não desaparece 	Filme contínuo 
$R_c \geq 1$ e $T_{\text{evap}} < T_{\text{ciclo}}$	Filme contínuo que desaparece 	Filme descontínuo 
$R_c < 1$ e $T_{\text{evap}} > T_{\text{ciclo}}$	Filme disperso que não desaparece 	Filme contínuo 
$R_c < 1$ e $T_{\text{evap}} < T_{\text{ciclo}}$	Filme disperso que desaparece 	Filme descontínuo 

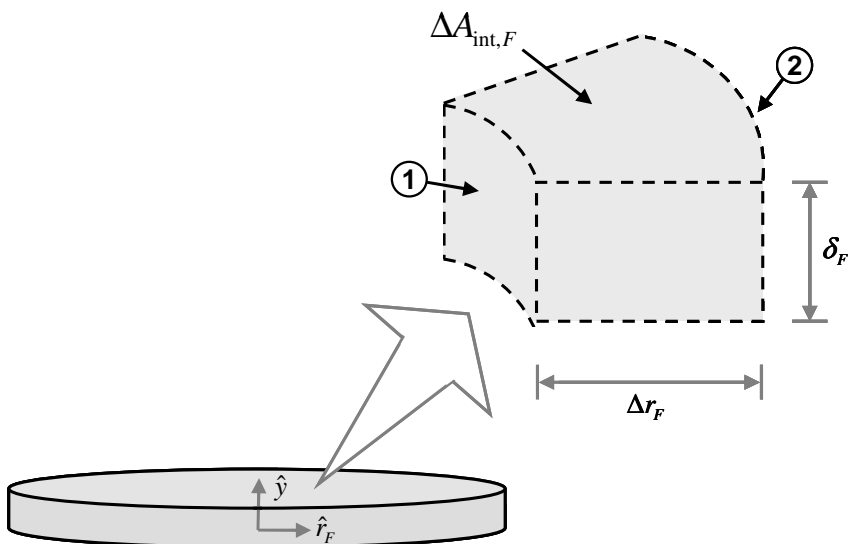
**Figura 4.3** – Condições para determinação do tipo de filme formado sobre a superfície.





## 5 Modelo do Filme Contínuo

Caso haja condições para formação do filme contínuo, um fino filme ininterrupto de líquido, resultado do impacto das gotículas, cobrirá toda a superfície a ser resfriada. A modelagem da dinâmica deste filme é feita discretizando-se radialmente o filme em volumes de controle infinitesimais anulares de espessura  $\delta_F$ , como mostrado na Figura 5.1. Aplica-se então balanços de massa e quantidade de movimento em cada volume.



**Figura 5.1** – Volume de controle infinitesimal adotado para o filme.

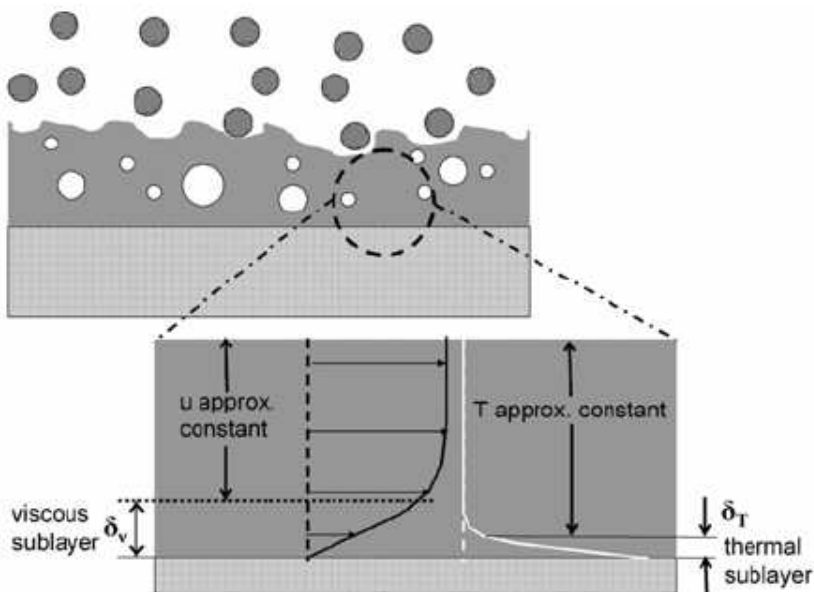
As hipóteses simplificativas adotadas para o modelo do filme contínuo são:

- Regime permanente;
- Escoamento incompressível;
- Escoamento uniforme nas superfícies de controle 1 e 2;
- Temperatura da fase vapor uniforme e constante;
- Transferência de calor por radiação desprezível;
- Substância pura;

- Não há respingos ou atomização secundária gerada pelo impacto das gotículas no filme.

Cabe ressaltar que modelo não resolve casos onde a temperatura da superfície é maior que a temperatura de Nukiyama (vide Figura 1.5).

O filme é modelado como tendo duas camadas hidrodinâmicas: a subcamada limite viscosa, onde a velocidade varia linearmente com  $y$ , e a região turbulenta, também conhecida como camada inercial, como mostrada da Figura 5.2.



**Figura 5.2** – Modelagem do filme de líquido assumindo duas camadas hidrodinâmicas.

Fonte: Ashwood, 2006.

## 5.1 Conservação da massa

Conforme o modelo proposto por Ashwood (2006), aplica-se um balanço de massa no volume da Figura 5.1 para obter vazão em massa saindo do volume de controle. Com regime permanente e a mesma convenção para o sentido da transferência de massa adotado anteriormente, tem-se:

$$\dot{m}_{sai,F} = \dot{m}_{ent,F} + \dot{m}_{G,F}'' \Delta A_{int,F} - \dot{m}_{int,F}'' \Delta A_{int,F} \quad (5.1)$$

onde  $\dot{m}_{sai,F}$  é a taxa com que a massa deixa o volume de controle pela superfície 2,  $\dot{m}_{ent,F}$  é a taxa com que a massa entra no volume de controle pela superfície 1 e  $\dot{m}_{G,F}''$  é o fluxo de massa devido ao impacto das gotículas com o filme. A área interfacial entre o filme de líquido e o ambiente,  $\Delta A_{int,F}$ , é expressa por:

$$\Delta A_{int,F} = \pi(r_{2,F}^2 - r_{1,F}^2) \quad (5.2)$$

onde  $r_{F,1}$  e  $r_{F,2}$  são as posições radiais das superfícies de controle 1 e 2.

Substituindo a equação (5.2) na equação (5.1), tem-se:

$$\dot{m}_{sai,F} = \dot{m}_{ent,F} + (\dot{m}_{G,F}'' - \dot{m}_{int,F}'')\pi(r_{2,F}^2 - r_{1,F}^2) \quad (5.3)$$

O fluxo de massa que entra no volume de controle pelas gotículas é dado por:

$$\dot{m}_{G,F}'' = \rho_L V_{G,F} \alpha_F \quad (5.4)$$

onde  $V_{G,F}$  e  $\alpha_F$  são, respectivamente, a velocidade das gotículas e a fração de líquido do *spray* no momento do impacto das gotículas com o filme, variáveis estas obtidas do modelo do *spray*.

Considerando que a equação (5.3) será resolvida num procedimento de marcha para cada volume de controle do filme a partir de  $r_F = 0$ , todos os termos no lado direito da equação acima, a exceção de  $\dot{m}_{int,F}''$ , são, a priori, conhecidos.

Para o caso de haver transferência de calor monofásica, o valor de  $\dot{m}_{int,F}''$  é tomado como nulo. No caso de transferência de calor bifásica, o fluxo de massa na interface entre o filme e o vapor ambiente pode ser obtido a partir da equação da energia, de forma análoga à feita para se obter o fluxo interfacial das gotículas, equação (3.101). Assim,

$$\dot{m}_{int,F}'' = -\frac{k_L}{h_{LV}} \left( \frac{dT_F}{dy} \right)_{y=\delta_F} - \frac{\overline{h_{conv,V}}}{h_{LV}} [T_{int,F} - T_V] \quad (5.5)$$

onde  $(dT_F/dy)_{y=\partial_F}$  é o gradiente de temperaturas na interface líquido-vapor, e  $\delta_F$  é a espessura do filme.

O procedimento para cálculo de  $\overline{h_{conv,V}}$  já foi discutido na Seção 4.3. Como a espessura do filme formado é bastante pequena, o termo  $(dT_F/dy)_{y=\partial_F}$  pode ser obtido pela seguinte aproximação (Aoki, 2000; Pasandideh-Fard *et al.*, 1999):

$$\left( \frac{dT_F}{dy} \right)_{y=\delta_F} \cong \frac{(T_{int,F} - T_W)}{\delta_F} \quad (5.6)$$

onde a temperatura da superfície,  $T_W$ , e a espessura do filme serão calculadas posteriormente no balanço de quantidade de movimento no filme.

Para o cálculo da espessura do filme, é assumido que o escoamento de líquido sobre a superfície obedece a Lei Logarítmica Universal. Esta estabelece que o perfil de velocidades no filme,  $u_F(y)$ , possui variação linear com a altura na subcamada limite viscosa, e variação logarítmica na região da camada inercial. Uma lei logarítmica comumente adotada na literatura, que relaciona a velocidade adimensional  $u^+$  com a distância adimensional à superfície  $y^+$ , é dado por Kays e Crawford (1993):

$$u^+ = \begin{cases} y^+ & \text{se } y^+ \leq 5 \\ -3,05 + 5 \ln y^+ & \text{se } 5 < y^+ \leq 30 \\ 5,46 + 2,5 \ln y^+ & \text{se } y^+ > 30 \end{cases} \quad (5.7)$$

$u^+$  e  $y^+$  são definidos, respectivamente, por:

$$u^+ = \frac{u_F}{u_*} \quad (5.8)$$

e

$$y^+ = \frac{y}{\nu_L} u_* \quad (5.9)$$

A velocidade de fricção turbulenta,  $u^*$ , bastante utilizada para avaliar muitas propriedades da camada limite, é definida localmente a partir da tensão de cisalhamento na superfície:

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_L}} \quad (5.10)$$

A taxa com que a massa sai do volume de controle também pode ser expressa integrando-se o perfil de velocidades em  $A_{2,F}$ . Assim,

$$\dot{m}_{sai,F} = \int \rho_L u_F dA_{2,F} \quad (5.11)$$

Pela Figura 5.2, tem-se que:

$$dA_{2,F} = 2\pi r_{2,F} dy \quad (5.12)$$

Então,

$$\dot{m}_{sai,F} = \int_0^{\delta_F} 2\pi \rho_L u_F r_{2,F} dy \quad (5.13)$$

Isolando  $u_F$  na equação (5.8) e substituindo na equação acima,

$$\dot{m}_{sai,F} = \int_0^{\delta_F} 2\pi \rho_L u^* u^+ r_{2,F} dy \quad (5.14)$$

O diferencial  $dy$  pode ser obtido derivando-se a equação (5.9):

$$dy = \frac{v_L}{u^*} dy^+ \quad (5.15)$$

Substituindo a equação (5.15) na equação (5.14) e retirando da integral os termos independentes de  $dy^+$ , vem que:

$$\dot{m}_{sai,F} = 2\pi \rho_L v_L r_{2,F} \int_0^{\delta_F^+} u^+ dy^+ \quad (5.16)$$

onde  $\delta_F^+$  é a espessura do filme adimensional dada por:

$$\delta_F^+ = \frac{\delta_F}{v_L} u^* \quad (5.17)$$

Para introduzir o valor perfil de velocidade na equação (5.16), deve-se antes analisar o valor da espessura do filme adimensional. Caso  $\delta_F^+ \leq 5$ , a equação fica:

$$\dot{m}_{sai,F} = 2\pi\rho_L\nu_L r_{2,F} \int_0^{\delta_F^+} y^+ dy^+ \quad (5.18)$$

Para  $5 < \delta_F^+ \leq 30$ , tem-se:

$$\dot{m}_{sai,F} = 2\pi\rho_L\nu_L r_{2,F} \left[ \int_0^5 y^+ dy^+ + \int_5^{\delta_F^+} (-3,05 + 5 \ln y^+) dy^+ \right] \quad (5.19)$$

Se  $\delta_F^+ > 30$ , obtém-se:

$$\dot{m}_{sai,F} = 2\pi\rho_L\nu_L r_{2,F} \left[ \int_0^5 y^+ dy^+ + \int_5^{30} (-3,05 + 5 \ln y^+) dy^+ + \dots \right. \\ \left. \dots + \int_{30}^{\delta_F^+} (5,46 + 2,5 \ln y^+) dy^+ \right] \quad (5.20)$$

## 5.2 Conservação da quantidade de movimento

Efetando um balanço quantidade de movimento no volume de controle para regime permanente, tem-se:

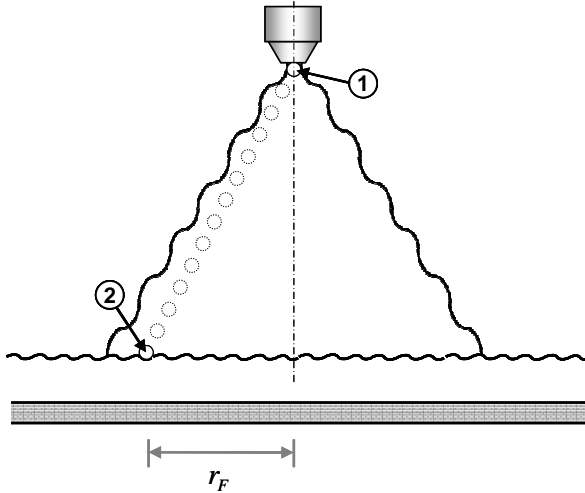
$$\dot{m}\dot{m}_{sai,F} = \dot{m}\dot{m}_{ent,F} + \dot{m}\dot{m}_{G,F}'' \Delta A_{int,F} - \dots \\ \dots + \tau_W \Delta A_{int,F} + \tau_{LV,F} \Delta A_{int,F} \quad (5.21)$$

onde  $\dot{m}\dot{m}_{sai,F}$  e  $\dot{m}\dot{m}_{ent,F}$  são as taxas com que a quantidade de movimento sai e entra no volume de controle, respectivamente.  $\dot{m}\dot{m}_{G,F}''$  é o fluxo de quantidade de movimento adicionado ao filme devido ao impacto das gotículas e  $\tau_{LV,F}$  é o arrasto do filme pelo vapor ambiente.  $\dot{m}\dot{m}_{G,F}''$  pode ser obtido pela seguinte expressão:

$$\dot{m}\dot{m}_{G,F}'' = \dot{m}_{G,F}'' U_{G,F} \quad (5.22)$$

onde o valor de  $\dot{m}_{G,F}''$  é conhecido pela equação (5.4).  $U_{G,F}$  corresponde à componente radial de velocidade das gotículas ao atingirem o filme. Esta componente de velocidade não é calculada

pelo modelo do *spray*, já que este é unidimensional. Então uma aproximação deve ser utilizada. Considera-se o caso de uma gotícula que saiu do atomizador no ponto 1 e atingiu a superfície no ponto 2, como mostrado na Figura 5.3. A componente radial da velocidade da gotícula no ponto 2 pode ser aproximada como sendo a razão entre distância na direção radial percorrida pela gotícula entre os pontos 1 e 2, e o tempo decorrido neste percurso.



**Figura 5.3** – Trajetória de uma gotícula para cálculo da velocidade radial.

Assim,

$$U_{G,F} = \frac{r_F}{t_{imp}} \quad (5.23)$$

onde  $r_F$  é a posição radial em que se encontra a gotícula no momento do impacto contra o filme, e  $t_{imp}$  é tempo médio que levam as gotículas para ir da saída do atomizador até o filme. O valor de  $t_{imp}$  é calculado a partir da equação (3.94).

Uma análise de ordem de grandeza dos termos  $m\dot{m}_{G,F}''$ ,  $\tau_W$  e  $\tau_{LV,F}$ , apresentada no apêndice D, mostra que este último é muito menor que os dois primeiros. Então, substituindo as equações (5.4) e (5.22) na equação (5.21), e desprezando  $\tau_{LV,F}$ , tem-se:

$$m\dot{m}_{sai,F} = m\dot{m}_{ent,F} + (\dot{m}_{G,F}'' U_{G,F} - \tau_W) \pi (r_{2,F}^2 - r_{1,F}^2) \quad (5.24)$$

A taxa de quantidade de movimento saindo do volume de controle também pode ser escrita a partir de uma integral na área  $A_{2,F}$  :

$$m\dot{m}_{sai,F} = \int \rho_L u_F^2 dA_{2,F} \quad (5.25)$$

De modo análogo ao feita na obtenção da equação (5.16), pode-se substituir na equação (5.25), as equações (5.8), (5.12) e (5.14), e retirar da integral os termos constantes, o que resulta em:

$$m\dot{m}_{sai,F} = 2\pi\rho_L \nu_L r_{2,F} u^* \int_0^{\delta_F^+} u^{+2} dy^+ \quad (5.26)$$

Pode-se substituir o perfil de velocidades da equação (5.7), com as mesmas considerações utilizadas na Seção 5.1. Então para  $\delta_F^+ \leq 5$ ,

$$m\dot{m}_{sai,F} = 2\pi\rho_L \nu_L r_{2,F} u^* \int_0^{\delta_F^+} y^{+2} dy^+ \quad (5.27)$$

Se  $5 < \delta_F^+ \leq 30$ ,

$$m\dot{m}_{sai,F} = 2\pi\rho_L \nu_L r_{2,F} u^* \left[ \int_0^5 y^{+2} dy^+ + \int_5^{\delta_F^+} (-3,05 + 5 \ln y^+)^2 dy^+ \right] \quad (5.28)$$

E caso  $\delta_F^+ > 30$ ,

$$m\dot{m}_{sai,F} = 2\pi\rho_L \nu_L r_{2,F} u^* \dots \left[ \int_0^5 y^{+2} dy^+ + \int_5^{30} (-3,05 + 5 \ln y^+)^2 dy^+ + \dots \right. \\ \left. \dots + \int_{30}^{\delta_F^+} (5,46 + 2,5 \ln y^+)^2 dy^+ \right] \quad (5.29)$$

As equações (5.3), (5.5), (5.10), (5.17), uma entre (5.18) a (5.20), (5.24) e uma entre (5.27) a (5.29), formam com  $\dot{m}_{sai,F}$ ,  $\dot{m}_{int,F}''$ ,  $\tau_W$ ,

$\delta_F$ ,  $\delta_F^+$ ,  $m\dot{m}_{sai,F}$  e  $u^*$  um sistema de sete equações e sete incógnitas, que deve ser resolvido iterativamente.



É possível ainda se conhecer o perfil de velocidades no filme,  $u_F(y)$ , através das equações (5.7), (5.8) e (5.9). A velocidade média do filme, em cada posição ao longo do raio da superfície, pode ser então calculada por:

$$U_F = \frac{1}{\delta_F} \int_0^{\delta_F} u_F(y) dy \quad (5.30)$$

### 5.3 Distribuição de temperaturas na superfície

Antes de calcular o coeficiente de transferência médio se deve determinar a temperatura da superfície em cada posição radial do filme, para possibilitar o cálculo do coeficiente de transferência de calor local. Este coeficiente é calculado de maneira diferente, dependendo do regime de transferência de calor experimentado localmente no filme. Neste trabalho, caso a temperatura da superfície seja menor que a temperatura de saturação, a transferência de calor é dita monofásica, não havendo ebulição no filme de líquido formado. Porém, se a temperatura da superfície for maior que a temperatura de saturação, pode ocorrer, junto à superfície, o surgimento de sítios de nucleação de bolhas, caracterizando a transferência de calor bifásica. Além disso, na interface entre o filme de líquido e o vapor ambiente, onde a temperatura será igual à temperatura de saturação, também ocorre evaporação em filme.

Seguindo a hipótese de Ashwood (2004), o coeficiente de transferência de calor local devido à convecção monofásica pode ser aproximado por:

$$h_w = \frac{k_L}{\delta_T^*} \quad (5.31)$$

onde a espessura da subcamada limite térmica,  $\delta_T^*$ , pode ser obtida em função da espessura da subcamada limite viscosa, se consideramos que há similaridade entre a transferência de calor e de quantidade de movimento (White, 1991). Assim,

$$\delta_T^* = \frac{\delta_U^*}{Pr_L^{0,4}} \quad (5.32)$$

Analogamente ao feito para a espessura do filme, a espessura da subcamada limite hidrodinâmica é obtida a partir do seu valor adimensional, pelo seguinte:

$$\delta_U^* = \delta_U^{*+} \frac{\nu_L}{u} \quad (5.33)$$

onde  $\delta_U^{*+}$  é igual a 5, de acordo com a lei logarítmica adotada para o escoamento no filme.

Para o caso de haver transferência de calor bifásica, o coeficiente de transferência local é obtido somando-se ao coeficiente de convecção monofásica uma parcela relativa à ebulição:

$$h_W = \frac{k_L}{\delta_T^*} + h_{ebul} \quad (5.34)$$

A contribuição devida à ebulição nucleada é calculada com base na correlação de Nishikawa *et al.* (1967) para filmes finos:

$$h_{ebul} = m \frac{k_L}{\delta_F} X 2^n \quad (5.35)$$

onde  $m$  e  $n$  são constantes, e  $X 2$  é calculado por:

$$X 2 = \dot{q}_W'' \delta_F \left( \frac{c p_L \mu_L}{k_L} \right)^{0,5} \frac{\rho_L^{0,75} g^{0,25} (\rho_L - \rho_V)^{0,25}}{h_{LV} \sigma_L^{0,75} \rho_V^{1,25}} \quad (5.36)$$

Caso  $X 2 \leq 2$ , o valor de  $m$  é 10,4, e de  $n$  é 0,75. Já caso  $X 2 > 2$ , os valores de  $m$  e  $n$  são, respectivamente, 9,4 e 0,9.

Cabe ressaltar que, tanto para a transferência de calor monofásica quanto para a transferência de calor bifásica, caso a espessura da subcamada limite térmica seja maior que a espessura do filme, esta última será utilizada no denominador das equações (5.31) e (5.34).

Conhecido  $h_W$ , a distribuição de temperatura ao longo da superfície pode ser calculada por:

$$T_W = T_{\text{int},F} + \frac{\dot{q}_W''}{h_W} \quad (5.37)$$

onde, para o caso monofásico, a temperatura na interface do filme,  $T_{\text{int},F}$ , é aproximada por  $\overline{T_{G,F}}$ , que é a temperatura média das

gotículas ao atingirem o filme, que pode ser obtida pela equação (3.95). Já para o caso bifásico,  $T_{int,F}$  é sempre igual a  $T_{sat}$ .

### 5.4 Coeficiente de transferência de calor médio

Alguns autores utilizam como temperatura de referência, para o cálculo do coeficiente de transferência de calor médio do *spray cooling*, a temperatura de injeção do líquido,  $T_{inj,G}$  (Pautsch, 2004; Ashwood, 2006). Outros autores utilizam  $T_{sat}$  como referência (Hsieh *et al.*, 2004). Com o objetivo de tornar mais coerente a comparação com resultados da literatura, dois diferentes coeficientes médios de transferência de calor, considerando as duas temperaturas de referência, devem ser calculados. Assim,

$$\overline{h_{W,sat}} = \frac{\dot{q}_W''}{(\overline{T_W} - T_{sat})} \quad (5.38)$$

e

$$\overline{h_{W,inj}} = \frac{\dot{q}_W''}{(\overline{T_W} - T_{G,inj})} \quad (5.39)$$

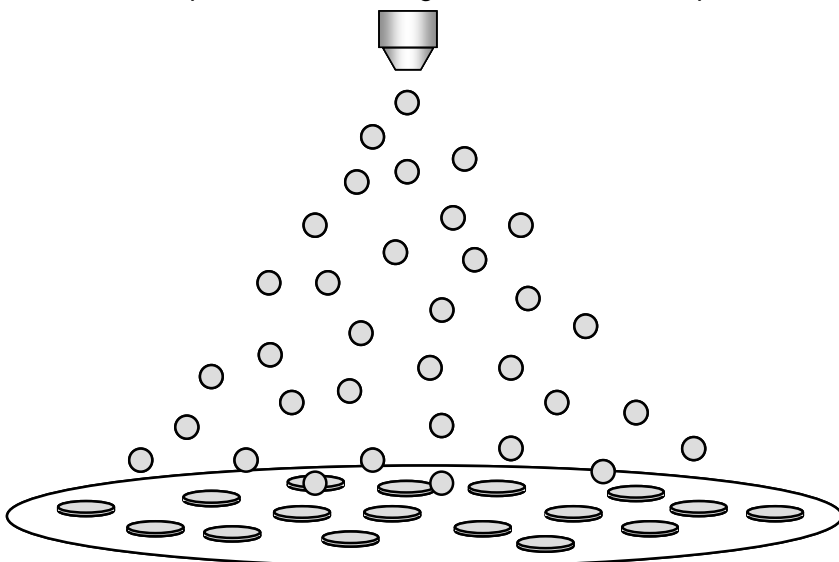
onde  $\overline{T_W}$  é obtida da média das temperaturas na área, ou seja,

$$\overline{T_W} = \frac{1}{A_W} \int_0^{r_W} T_W 2\pi r_F dr_F \quad (5.40)$$



## 6 Modelo de Filme Descontínuo

O filme descontínuo caracteriza-se por apresentar intermitência de regiões da superfície em contato com líquido e regiões em contato direto com o vapor ambiente. A Figura 6.1 mostra este tipo de filme.



**Figura 6.1** – Filme disperso sobre a superfície.

As hipóteses simplificativas adotadas para o modelo do filme descontínuo são:

- Regime permanente;
- Escoamento incompressível;
- Gotículas de líquido do *spray* esféricas;
- Variação de energia potencial desprezível;
- Temperatura da fase vapor uniforme e constante;
- Transferência de calor por radiação desprezível;
- Substância pura.
- Não há respingos ou atomização secundária gerada pelo impacto das gotículas no filme.

- O tempo para uma gotícula deformar é muito menor que o tempo para esta evaporar completamente.
- Sempre há mudança de fase com ebulição nucleada quando o filme é descontínuo.

Grande parte do modelo do filme descontínuo já foi exposta no capítulo 4. Assim, para esta modelagem se assume que são conhecidos a razão de cobertura  $R_C$ , o tempo de ciclo  $\tau_{ciclo}$ , o tempo para uma gotícula evaporar  $\tau_{evap}$ , e o tempo para uma gotícula deformar  $\tau_{def}$ .

A temperatura das regiões da superfície em contato com o líquido é diferente das regiões onde não há líquido. Isto se deve ao fato de que, graças à transferência de calor latente na evaporação, os pontos onde há formação de filme de líquido experimentam uma maior transferência de calor da superfície para o ambiente, resultado direto de um maior coeficiente de transferência de calor.

### 6.1 Coeficiente de transferência de calor médio

Pode-se calcular um coeficiente de transferência de calor médio para toda a superfície a partir da mesma equação utilizada para determinar o coeficiente bifásico de um filme contínuo. Porém, como aqui o filme pode ser descontínuo tanto no espaço quanto no tempo, a temperatura média da superfície,  $\overline{T_W}$ , deve ser calculada efetuando-se a média na área e no tempo.

A média das temperaturas na área, considerando que parte da área está em contato com o líquido ( $A_{W,L}$ ) e parte está em contato direto com o vapor ( $A_{W,V}$ ), pode ser calculada por:

$$\langle T_W \rangle = \frac{1}{A_W} \left( \int_{A_{W,L}} T_{W,L} dA_{W,L} + \int_{A_{W,V}} T_{W,V} dA_{W,V} \right) \quad (6.1)$$

Considerando a definição de razão de cobertura, equação (4.10), e que:

$$A_W = A_{W,L} + A_{W,V} \quad (6.2)$$

As integrais da equação (6.1) podem ser resolvidas supondo  $T_{W,L}$  e  $T_{W,V}$  uniformes nas suas respectivas áreas. Logo,

$$\langle T_W \rangle = R_C T_{W,L} + (1 - R_C) T_{W,V} \quad (6.3)$$

Deve-se ainda tomar a média das temperaturas no tempo. Como visto na Seção 4.5, ocorre a formação de um filme descontínuo sobre a superfície tanto para tempo de ciclo maior que o tempo de evaporação, quanto para tempo de ciclo menor que o tempo de evaporação. A temperatura média da superfície no tempo pode ser escrita como:

$$\overline{T_W} = \frac{1}{\tau_{ciclo}} \left( \int_0^{\tau_{evap}} \langle T_W \rangle dt + \int_{\tau_{evap}}^{\tau_{ciclo}} \langle T_W \rangle dt \right) \quad (6.4)$$

Substituindo a equação (6.3) na equação acima, e considerando que, estatisticamente,  $R_C$  é constante, tem-se:

$$\overline{T_W} = \frac{1}{\tau_{ciclo}} \left[ R_C \left( \int_0^{\tau_{evap}} T_{W,L} dt + \int_{\tau_{evap}}^{\tau_{ciclo}} T_{W,V} dt \right) + \dots \right. \\ \left. \dots + (1 - R_C) \left( \int_0^{\tau_{evap}} T_{W,V} dt + \int_{\tau_{evap}}^{\tau_{ciclo}} T_{W,V} dt \right) \right] \quad (6.5)$$

Pela lei de resfriamento de Newton, admitindo que o fluxo de calor seja uniforme em toda a superfície, tem-se que:

$$\dot{q}_W'' = \overline{h_{W,L}} (T_{W,L} - T_{int,F}) \quad (6.6)$$

e

$$\dot{q}_W'' = \overline{h_{W,V}} (T_{W,V} - T_V) \quad (6.7)$$

onde  $\overline{h_{W,L}}$  é o coeficiente de transferência de calor médio da superfície na área em contato com o líquido e  $\overline{h_{W,V}}$  é o coeficiente de transferência de calor médio na área em contato direto com o vapor.

Isolando  $T_{W,L}$  e  $T_{W,V}$  nas equações (6.7) e (6.8) e substituindo na equação (6.6) pode-se, após alguma manipulação matemática, reescrever esta equação como:

$$\begin{aligned} \overline{T_W} = T_V + (T_{\text{int},F} - T_V) \frac{\tau_{\text{evap}}}{\tau_{\text{ciclo}}} R_C + \dots \\ \dots + \frac{\dot{q}_W''}{\tau_{\text{ciclo}}} \left[ R_C \int_0^{\tau_{\text{evap}}} \frac{1}{h_{W,L}} dt + (1 - R_C) \int_0^{\tau_{\text{evap}}} \frac{1}{h_{W,V}} dt + \int_{\tau_{\text{evap}}}^{\tau_{\text{ciclo}}} \frac{1}{h_{W,V}} dt \right] \end{aligned} \quad (6.8)$$

onde se assume que  $T_{\text{int},F}$  seja sempre igual a  $T_{\text{sat}}$ .

Devido à hipótese de que o tempo de espalhamento da gota é sempre menor que o tempo para sua total evaporação, a equação acima deve contemplar dois valores de  $\overline{h_{W,L}}$ , um para a troca de calor durante a deformação da gotícula e outro para a troca de calor após deformação da gotícula, onde só ocorre evaporação. Assim,

$$\begin{aligned} \overline{T_W} = T_V + (T_{\text{sat}} - T_V) \frac{\tau_{\text{evap}}}{\tau_{\text{ciclo}}} R_C + \dots \\ \dots + \frac{\dot{q}_W''}{\tau_{\text{ciclo}}} \left[ R_C \left( \int_0^{\tau_{\text{def}}} \frac{1}{h_{W,L,\text{def}}} dt + \int_{\tau_{\text{def}}}^{\tau_{\text{evap}}} \frac{1}{h_{W,L,\text{est}}} dt \right) + \dots \right. \\ \left. \dots + (1 - R_C) \int_0^{\tau_{\text{evap}}} \frac{1}{h_{W,V}} dt + \int_{\tau_{\text{evap}}}^{\tau_{\text{ciclo}}} \frac{1}{h_{W,V}} dt \right] \end{aligned} \quad (6.9)$$

onde  $\overline{h_{W,L,\text{def}}}$  e  $\overline{h_{W,L,\text{est}}}$  são os coeficientes de transferência de calor durante e após o espalhamento da gotícula, respectivamente.

A determinação dos coeficientes de transferência de calor  $\overline{h_{W,L,\text{def}}}$ ,  $\overline{h_{W,L,\text{est}}}$  e  $\overline{h_{W,V}}$  é objeto da próxima seção.

## 6.2 Modelagem dos termos de transporte

Para o modelo do filme descontínuo, foi assumido que a temperatura ao longo de toda a superfície é maior que a temperatura de saturação do líquido, caracterizando um problema de transferência de calor bifásica. Assim, nas regiões da superfície que estão em contato com o líquido, é acrescido à transferência de calor o efeito da ebulição nucleada em um filme estático, de forma análoga ao que foi feito para o filme contínuo.



Como durante a deformação da gota, o filme formado pelo impacto da gota encontra-se em movimento, então, para  $t < \tau_{def}$ , o coeficiente de transferência de calor pode ser calculado somando-se a parcela devido à convecção com a parcela devido à ebulição, em valores médios na área. Utilizando então aproximação de Pasandideh-Fard *et al.* (1996), vem que:

$$\overline{h_{W,L,def}} = \frac{k_L}{\delta_T^*} + \overline{h_{ebul,F}} \quad (6.10)$$

onde a espessura da camada limite térmica,  $\delta_T^*$ , é obtida considerando novamente que há similaridade entre a transferência de calor e de quantidade de movimento. Assim,

$$\delta_T^* = \frac{\delta_U^*}{Pr_L^{0,4}} \quad (6.11)$$

Pasandideh-Fard *et al.* (1996) também apresentaram uma estimativa para a espessura da camada limite hidrodinâmica,  $\delta_U^*$ , a partir da solução da região de estagnação de um escoamento axissimétrico<sup>13</sup> a partir do primeiro ponto de contato da gotículas com a superfície.

$$\delta_U^* = \frac{2d_{G,F}}{Re_{G,F}^{0,5}} \quad (6.12)$$

onde o número de Reynolds relativo ao impacto das gotículas com o filme é dado pela equação (4.8).

Na região de contato direto com o vapor, assume-se que o coeficiente de transferência de calor é o coeficiente monofásico dado pela correlação de Martin (1977):

$$\overline{h_{W,V}} = \overline{h_{conv,V}} \quad (6.13)$$

Para o caso do cálculo do coeficiente de transferência de calor após a deformação da gota, quando o filme é estático, ao invés do fenômeno da convecção, há a condução de calor através do filme.

---

<sup>13</sup> Escoamento de simetria axial.

O fluxo de calor pode ser escrito então como sendo a parcela devido à condução somada à parcela devido à ebulição nucleada, ambas já contempladas na correlação de Nishikawa *et al.* (1967). Assim:

$$\dot{q}_W'' = \overline{h_{ebul,F}} (T_{W,L} - T_{sat}) \quad (6.14)$$

Então o coeficiente de transferência de calor após a deformação da gota é:

$$\overline{h_{W,L,est}} = \overline{h_{ebul,F}} \quad (6.15)$$

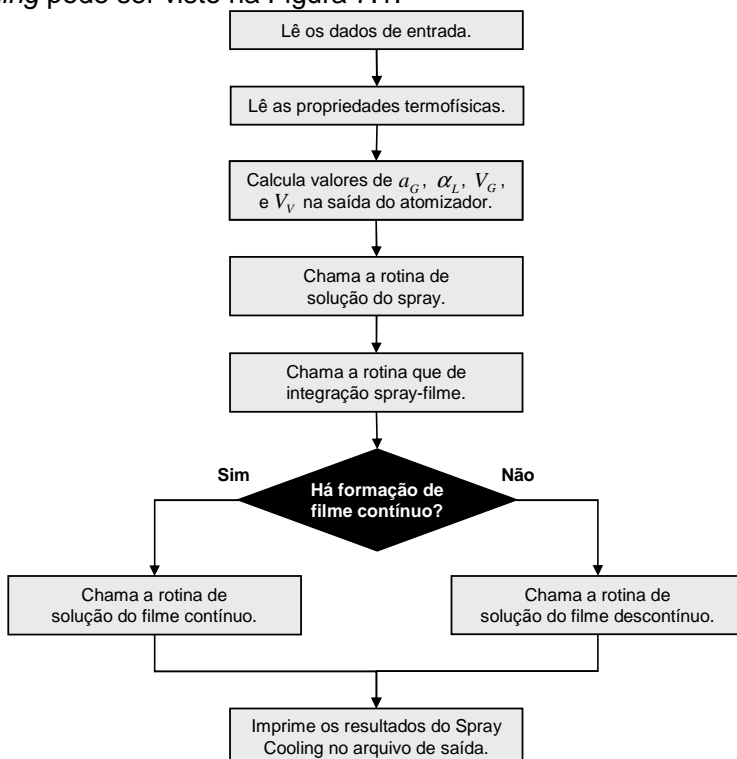
A parcela adicional referente ao coeficiente de transferência de calor devido à ebulição nucleada, presente nas equações (6.10) e (6.15), é calculada de forma idêntica à feita na Seção 5.1, com a equação (5.35), baseada agora, porém, na espessura média do filme.

Analisando as equações acima, percebe-se que  $\overline{h_{ebul,F}}$  é dependente de  $\overline{\delta_F}$ . Do modelo que determina o tipo do filme, sabe-se que  $\overline{\delta_F}$  é função de  $t$ , devido ao efeito da evaporação. Então é correto afirmar que  $\overline{h_{W,L,def}}$  e  $\overline{h_{W,L,est}}$  são dependentes do tempo. Já  $\overline{h_{W,V}}$  não varia com o tempo.

## 7 Método de Solução

O presente capítulo apresenta o método numérico utilizado na solução das equações que compõem o modelo do *spray cooling*.

O modelo foi escrito em linguagem C e é composto de um corpo principal e sub-rotinas. Como já comentado anteriormente, a solução do *spray cooling* é dividida em duas partes: o modelo do *spray* e o modelo do filme. Além disso, há também a sub-rotina de integração spray-filme. Um fluxograma geral do modelo do *spray cooling* pode ser visto na Figura 7.1.



**Figura 7.1** – Fluxograma geral do modelo do *spray cooling*.

O primeiro passo da solução do modelo é a leitura de todos os dados de entrada necessários para caracterizar o problema do *spray cooling*. Estes dados são: distância entre o atomizador e a

superfície ( $z_{\max}$ ), diâmetro do orifício do atomizador ( $d_{inj}$ ), ângulo do cone do *spray* ( $\theta_{\text{spray}}$ ), temperatura das gotículas na saída do atomizador ( $T_{inj,G}$ ), temperatura de saturação do fluido ( $T_{sat}$ ), diâmetro médio das gotículas na saída do atomizador ( $d_{inj,G}$ ), vazão em massa injetada ( $\dot{m}_{inj}$ ), diferença de pressão aplicada no atomizador ( $\Delta P_{inj}$ ), raio da superfície a ser resfriada ( $r_w$ ) e fluxo de calor aplicado à superfície ( $\dot{q}_w''$ ).

As quatro equações diferenciais que formam o modelo do *spray*, citadas no final do Capítulo 3, necessitam dos valores iniciais das quatro variáveis para serem resolvidas, ou seja, é necessário conhecer os valores de  $a_G$ ,  $\alpha_L$ ,  $V_G$  e  $V_V$  na saída do bico injetor, já que este não é modelado.

Caso o valor do diâmetro das gotículas na saída do injetor não seja conhecido, uma alternativa é utilizar o Diâmetro Médio de Sauter,  $d_{32}$ , correlacionado por muitos autores para o problema do *spray cooling*.

Bonacina *et al.* (1975) desenvolveu uma correlação para o cálculo de  $d_{32}$  em função de  $\Delta P_{inj}$ , como segue:

$$d_{32} = 9,5 \frac{d_{inj}}{\Delta P_{inj}^{0,37} \sin\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right)} \quad (7.1)$$

Toda (1972) desenvolveu uma correlação para  $d_{32}$  em função de  $V_{inj,G}$ , na seguinte forma:

$$d_{32} = 3,7 \cdot 10^{-3} d_{inj} \sigma_L^{0,5} \left( \frac{1 + 33408 \nu_L}{\rho_L V_{inj,G}} \right) \quad (7.2)$$

Uma correlação para  $d_{32}$  bastante utilizada foi proposta por Estes e Mudawar (1995):

$$d_{32} = 3,67 d_{inj} \left( \frac{\rho^{0,5} \Delta P_{inj} d_{inj}^{1,5}}{\sigma_L^{0,5} \mu_L} \right)^{-0,259} \quad (7.3)$$

Mais recentemente, uma correlação foi proposta por Tsai (2005):

$$d_{32} = 318,2 d_{inj} \left( \frac{\rho_L V_{inj,G} d_{inj}}{\mu_L} \sqrt{\frac{\rho_L V_{inj,G}^2 d_{inj}}{\sigma_L}} \right)^{-0,41} \left( \frac{z_{max}}{d_{inj}} \right)^{0,28} \quad (7.4)$$

Para o presente modelo, a correlação escolhida foi a de Estes e Mudawar (1995), por ser usada com mais frequência na literatura consultada.

Com relação à condição de contorno para a fração de líquido na saída do injetor, se não houver injeção de vapor junto com o líquido, esta pode ser assumida como tendo o valor da unidade. Porém, como algumas equações utilizadas na modelagem do *spray* possuem o termo  $(1 - \alpha)$  no denominador, a fração de líquido tem que ser diferente de um, em todo o *spray*, para que sejam evitadas singularidades matemáticas. Assim, um valor razoável para  $\alpha_{inj}$  é 0,99.

A velocidade das gotículas de líquido na saída do injetor pode ser calculada a partir da vazão em massa injetada:

$$\dot{m}_{inj} = \alpha_{inj} \rho_L V_{inj,G} A_{inj} \quad (7.5)$$

A área do orifício do atomizador,  $A_{inj}$ , é calculada por:

$$A_{inj} = \frac{\pi}{4} d_{inj}^2 \quad (7.6)$$

Substituindo na equação (7.5), e rearranjando,

$$V_{inj,G} = \frac{4 \dot{m}_{inj}}{\pi \alpha_{inj} \rho_L d_{inj}^2} \quad (7.7)$$

Alguns autores desenvolveram equações para o cálculo de  $V_{inj,G}$ . Uma delas é a correlação de Kachhwaha (1998), dado por:

$$V_{inj,G} = 0,9 \sqrt{\frac{2 \Delta P_{inj}}{\rho_L}} \quad (7.8)$$

Lefebvre (1989) desenvolveu uma equação para  $V_{inj,G}$ , como sendo a relação entre a vazão em massa injetada e a área efetiva de fluxo do atomizador:

$$V_{inj,G} = \frac{\dot{m}_{inj}}{\rho_L FN} \quad (7.9)$$

onde  $FN$  é o Número de Fluxo calculado por:

$$FN = \frac{\dot{m}_{inj}}{\sqrt{\rho_L \Delta P_{inj}}} \quad (7.10)$$

Outra relação presente na literatura é a de Ghodbane e Holman (1991), desenvolvida a partir de um balanço de energia no bico injetor:

$$V_{inj,G} = \sqrt{V_{tube}^2 + \frac{2\Delta P_{inj}}{\rho_L} - \frac{12\sigma_L}{\rho_L d_{32}}} \quad (7.11)$$

onde  $V_{tube}$  é a velocidade média que a mesma vazão produz em uma tubulação com o mesmo diâmetro do orifício do atomizador.

Para o caso de alguma das equações acima ser utilizada para o cálculo de  $V_{inj,G}$ , o valor de  $\alpha_{inj}$  pode ser obtido rearranjando a equação (7.7).

Por questão de simplicidade, e para evitar singularidades ocasionadas por valores de  $\alpha$  iguais a um, optou-se neste estudo por utilizar  $\alpha_{inj}$  igual a 0,99 e  $V_{inj,G}$  calculada pela equação (7.7).

A velocidade do vapor na saída do injetor, a priori, não é conhecida. Assume-se então que  $V_{inj,V}$  é calculado por:

$$V_{inj,V} = \phi V_{inj,G} \quad (7.12)$$

onde o fator  $\phi$  assume um valor entre zero e um, porém diferente de zero e de um, para evitar singularidades, ou seja,

$$0 < \phi < 1 \quad (7.13)$$

Um estudo paramétrico foi realizado e identificou-se que uma variação de  $V_{inj,V}$  possui um efeito muito pequeno sobre o resultado

do *spray*. Assim, adota-se, para todas as situações, um valor constante de 0,5 para  $\phi$ .

## 7.1 Procedimento de solução do *spray*

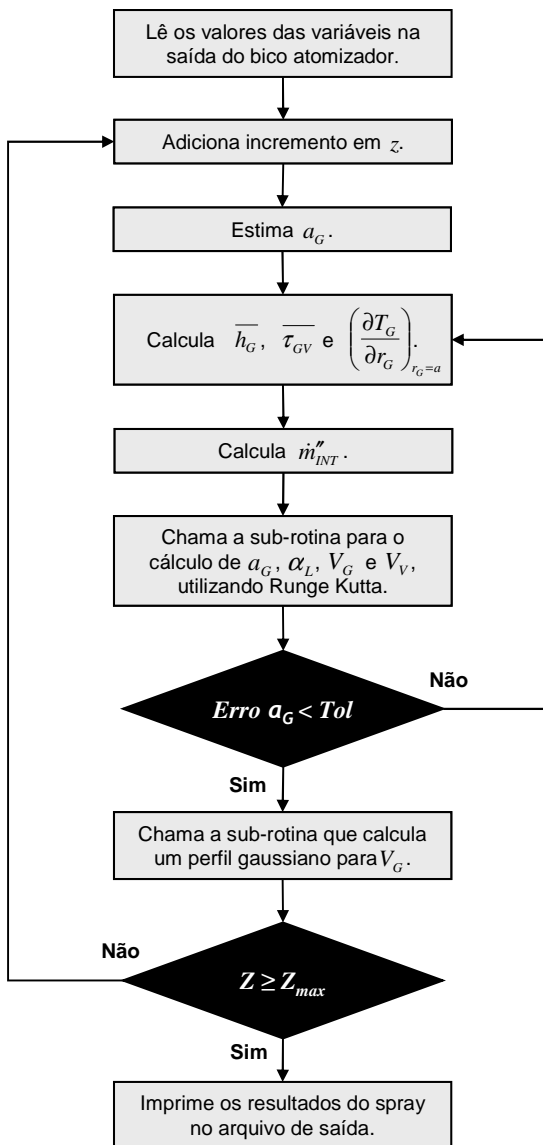
O *spray* é resolvido discretizando-se o espaço entre o atomizador e a superfície em volumes de controle infinitesimais unidimensionais de tamanho  $\Delta z$ , como mostrado na Figura 3.2, sendo que cada nova posição axial é calculada por:

$$z = z_{ant} + \Delta z \quad (7.14)$$

onde  $z_{ant}$  é a posição axial anterior e  $z$  é limitado em  $z_{max}$ . Assim, o domínio computacional do problema do *spray* compõe-se de um total de  $z_{max} / \Delta z$  pontos de solução.

As cinco equações diferenciais que formam o sistema de equações do *spray* são resolvidas para cada um dos pontos pelo método de Runge-Kutta de Quarta Ordem. A sub-rotina contém também um *loop* de convergência para  $a_G$ , externo à solução por Runge-Kutta, devido à necessidade se recalculer os termos de transporte e o valor de  $(dT_L/dr_G)_{r_G=a_G}$  a cada novo valor calculado para as variáveis do problema. A tolerância para  $a_G$  é  $10^{-5}$ .

O modelo do *spray* contempla ainda o cálculo do perfil gaussiano para a velocidade das gotículas  $V_G$ , variável de maior influência do *spray* sobre o resultado do *spray cooling* (Crowe, 2006; Kim, 2006; Chen 2002). A Figura 7.2 mostra o diagrama de solução simplificado do modelo do *spray*.

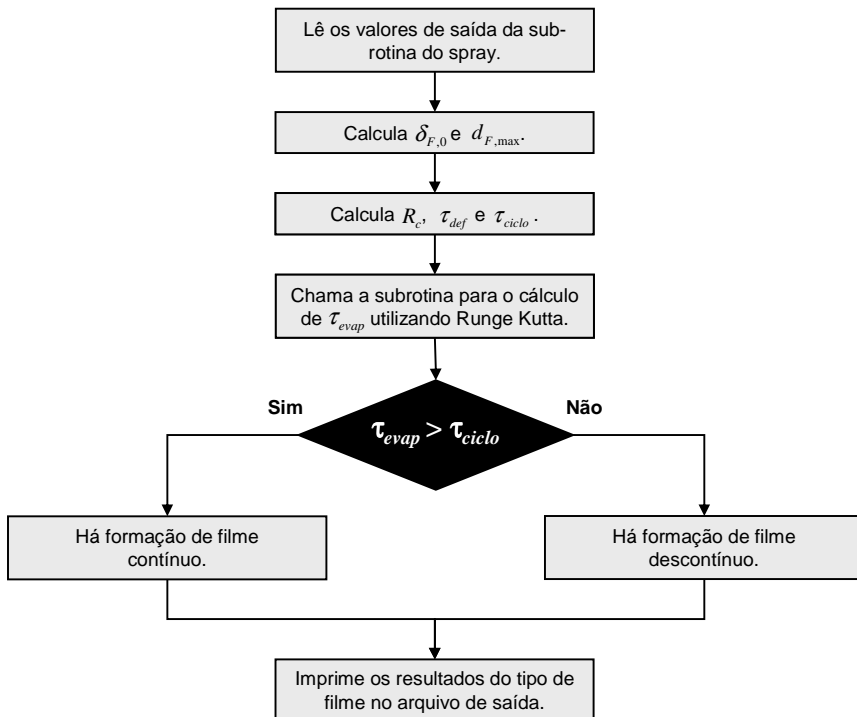


**Figura 7.2** – Fluxograma de solução do modelo do spray.



## 7.2 Procedimento de solução do modelo de integração

Na Figura 7.3, é mostrado o diagrama simplificado de solução da sub-rotina de determinação do tipo de filme.



**Figura 7.3** – Fluxograma de solução do modelo de integração spray-filme.

Inicialmente o modelo lê os dados gerados pela sub-rotina do *spray*. Na sequência são calculados parâmetros geométricos do modelo de espalhamento da gota sobre a superfície, juntamente com os valores de  $R_C$ ,  $\tau_{def}$  e  $\tau_{ciclo}$ , a partir das equações citadas na Seção 4.5. Um ponto que deve ser observado é que a equação com que é calculada  $R_C$  permite que esta assuma um valor maior que a unidade. Isto representa uma incoerência do modelo, pois o maior valor que a razão de cobertura da superfície pode assumir é a unidade. Neste caso, se  $R_C > 1$ , deve-se fazer uma correção, considerando  $R_C = 1$ .

O tempo necessário para uma gotícula evaporar,  $\tau_{evap}$ , pode então ser calculado utilizando-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem para resolver a equação (4.34).

A partir dos valores de  $R_C$ ,  $\tau_{evap}$  e  $\tau_{ciclo}$  calculados, determina-se se o filme formado pelo impacto das gotículas na superfície é contínuo ou descontínuo.

### 7.3 Procedimento de solução do filme contínuo

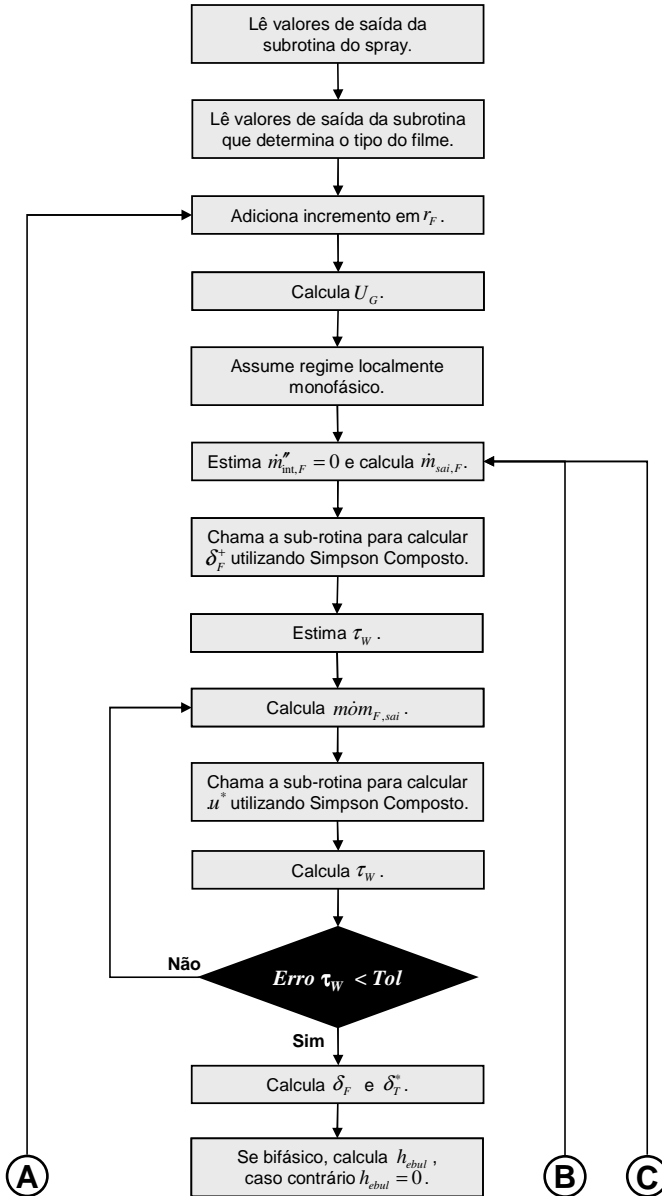
Como comentado anteriormente, a modelagem do filme contínuo é feita discretizando-se o filme em um total de  $r_W / \Delta r_F$  volumes de controle infinitesimais. Os volumes possuem formato de anéis e tem dimensões de  $\delta_F$  e  $\Delta r_F$ , como mostrado na Figura 5.1. As equações do filme são então resolvidas para cada volume de controle, sendo que cada nova posição radial é determinada por:

$$r_F = r_{F,ant} + \Delta r_F \quad (7.15)$$

onde  $r_{F,ant}$  é a posição radial anterior.

O sistema de equações apresentado na Seção 5.2 pode ser solucionado de modo iterativo. Para facilitar a convergência, a solução foi dividida em dois *loops* iterativos, um para  $\tau_W$  e outro para  $\dot{m}_{int,F}''$ .

O fluxograma do procedimento de solução é apresentado na Figura 7.4.



**Figura 7.4**– Continua na próxima página.

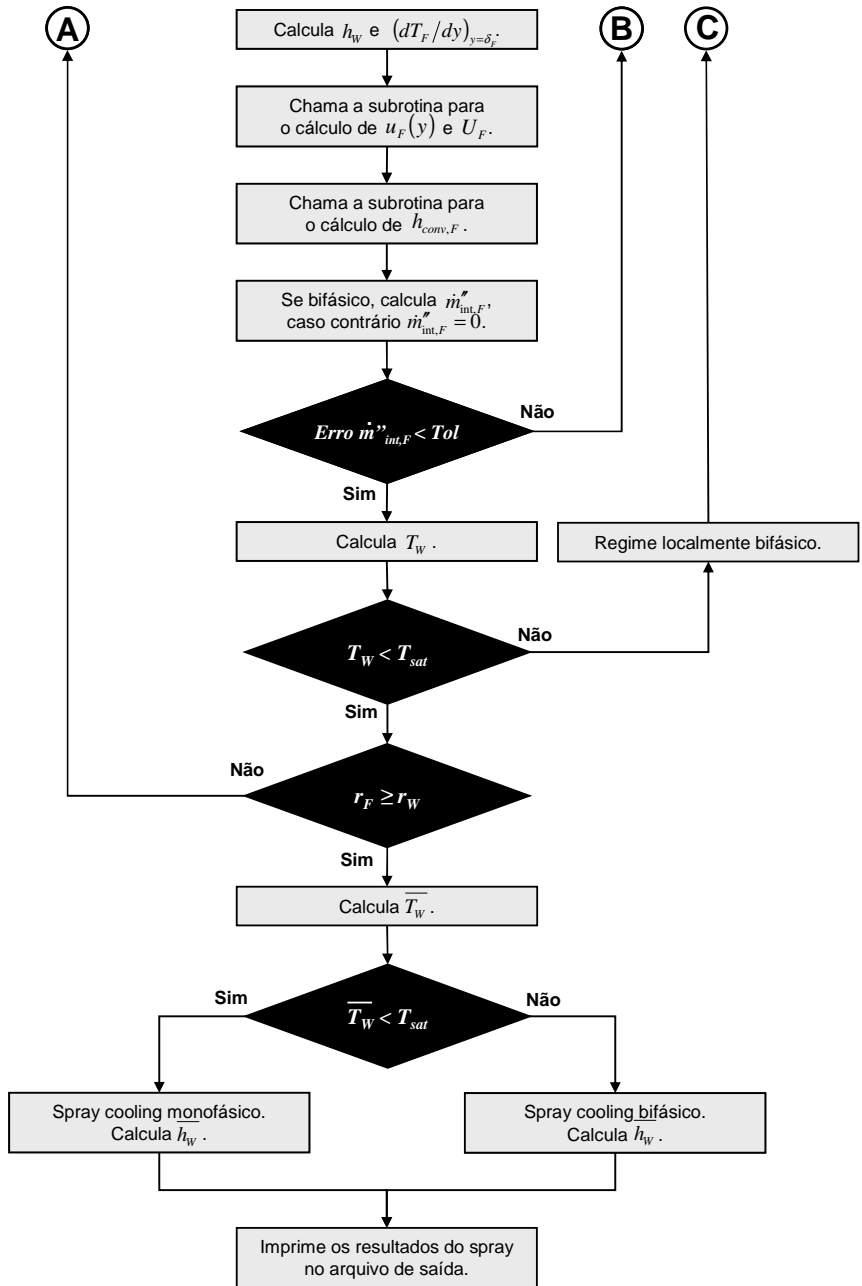


Figura 7.4 – Fluxograma de solução do modelo do filme contínuo.

Após a leitura dos dados de saída dos modelos do *spray* e do tipo de filme, é dado o incremento espacial em  $r_F$  e calculada  $U_{G,F}$ , via equação (5.23).

Como não é possível saber previamente se a temperatura da superfície é maior ou menor que a temperatura de saturação, alguma suposição acerca deste fato deve ser feita. Assume-se inicialmente que  $T_W$  é menor que  $T_{sat}$ , caracterizando o regime de transferência de calor no filme como monofásico. Caso esta suposição não se confirme, deve-se posteriormente voltar nesse ponto para refazer os cálculos.

Tanto para o caso monofásico quanto para o caso bifásico, a estimativa inicial para  $\dot{m}_{int,F}''$  é zero, e o valor de  $\dot{m}_{sai,F}$  pode ser obtido diretamente pela equação (5.3).

A espessura adimensional do filme,  $\delta_F^+$ , é então calculada resolvendo-se uma das equações entre (5.18) a (5.20), com o uso de uma sub-rotina que resolve as integrais através da Regra de Simpson Composta. Aqui aparece uma situação de “referência cruzada”, pois a escolha de qual das três equações que deve ser utilizada para obter a espessura do filme adimensional, depende diretamente da faixa em que se situa o seu próprio valor calculado. Esta situação é resolvida com a utilização de um processo de convergência iterativa para  $\delta_F^+$ , dentro da sub-rotina. Ou seja, estima-se inicialmente um valor para  $\delta_F^+$  e calcula-se o novo valor respeitando a respectiva faixa. Caso a faixa dos valores estimado e calculado não coincidam, o valor de  $\delta_F^+$  é recalculado na outra faixa até que haja a concordância.

Em seguida, calcula-se  $\dot{m}_{sai,F}$  pela equação (5.24) utilizando inicialmente um valor de  $\tau_W$  estimado. Outra sub-rotina, que também faz uso da Regra de Simpson composta, é empregada então para calcular  $u^*$  por uma equação entre (5.27) a (5.29).

Conhecido o valor de  $u^*$ , um novo valor para a tensão junto à superfície pode ser calculado isolando  $\tau_W$  na equação (5.10). Este novo valor de  $\tau_W$  é então comparado com o valor previamente

estimado até que o erro percentual entre eles convirja para um valor menor que a tolerância adotada, que é de  $10^{-5}$ . Utiliza-se para a convergência o Método da Bissecção.

Na sequência, são calculadas a espessura do filme e a espessura adimensional da subcamada limite térmica, via equações (5.17) e (5.32), respectivamente. Com estes valores, pode-se então determinar o coeficiente de transferência de calor local. Se a  $T_w$  local for menor que  $T_{sat}$ ,  $h_w$  é calculado via equação (5.31). Caso contrário, o termo  $h_{ebul}$  deve ser considerado e  $h_w$  é obtido pela equação (5.34).

Os próximos parâmetros a serem calculados são:  $u_F(y)$ , como descrito no final da Seção 5.3,  $U_F$  por meio da equação (5.30), e  $\overline{h_{conv,V}}$  calculado em uma sub-rotina de forma independente.

Neste ponto, para o caso de haver transferência de calor bifásica, um novo valor de  $\dot{m}''_{int,F}$  é calculado pela equação (5.5). Em seguida, é calculado então o erro percentual entre este novo valor e o valor anteriormente estimado/calculado, e aplicado o método da bissecção, recalculando-se as variáveis, até que se atinja a convergência. O valor da tolerância para  $\dot{m}''_{int,F}$  é  $10^{-5}$ . Vale ressaltar que, caso a transferência de calor local seja monofásica, o valor de  $\dot{m}''_{int,F}$  continua sendo nulo, e a convergência é automática.

A temperatura local na superfície,  $T_w$ , é calculada pela equação (5.37). Caso a temperatura seja maior que a temperatura de saturação, deve-se voltar ao ponto previamente mencionado e refazer todos os cálculos considerando que a transferência de calor é bifásica. Este procedimento é repetido, adicionando incrementos  $\Delta r_F$  até que  $r_F$  seja igual a  $r_w$ . Neste ponto, são calculados  $\overline{T_w}$ , pela equação (5.40), e o valor do coeficiente médio de transferência de calor, pela equação (5.38) ou pela equação (5.39). Se  $\overline{T_w} < T_{sat}$ , a transferência de calor é dita monofásica. Caso contrário, ela é bifásica.

Por fim, os dados de saída do modelo são exportados para o arquivo de saída do filme.

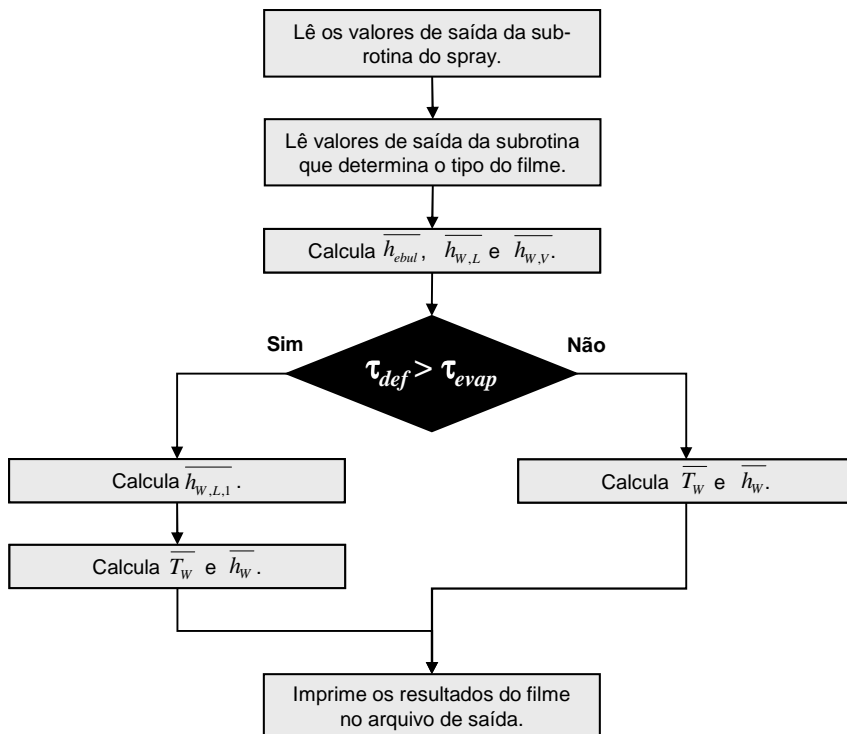
#### 7.4 Procedimento de solução do filme descontínuo

A Figura 7.5 apresenta o fluxograma da solução do modelo do filme descontínuo. Após a leitura dos dados de saída do modelo do *spray* e do modelo que determina o tipo de filme, o coeficiente de transferência de calor relativo às áreas em contato direto com o vapor ambiente,  $\overline{h_{w,v}}$ , é calculado.

Em seguida,  $\overline{h_{conv,v}}$  é calculado resolvendo-se as equações (6.11) a (6.13). A parcela devida à ebulição nucleada,  $\overline{h_{ebul,F}}$ , é então calculada, tomando como base a espessura média do filme  $\overline{\delta_F}$ , que é função de  $t$ .

O passo seguinte é o cálculo dos coeficientes de transferência de calor para as áreas em contato com o filme de líquido durante e após a deformação da gotícula, em função do tempo. Estes são obtidos pelas equações (6.10) e (6.15), respectivamente.

Conhecidos todos os termos de transporte, e considerando que  $\tau_{def}$ ,  $\tau_{evap}$  e  $\tau_{ciclo}$  são provenientes do modelo que determina o tipo de filme, a temperatura média da superfície pode então ser calculada via equação (6.9). O coeficiente de transferência de calor médio é então obtido pela equação (5.38). Ao final, os resultados são impressos no arquivo de saída do modelo do filme descontínuo.



**Figura 7.5** – Fluxograma de solução do modelo do filme descontínuo.



## 8 Validação e Resultados

Tendo sido descrita a metodologia empregada na solução, neste capítulo são mostrados e discutidos os resultados gerados pelo modelo do *spray cooling*. Com o objetivo de validar o modelo desenvolvido e a metodologia empregada, estes são comparados com resultados obtidos na literatura. Neste sentido, procurou-se reproduzir com o modelo as mesmas condições de vazão, diâmetro de gotículas, temperatura de injeção, etc., com as quais foram obtidos os dados pelos outros autores. Porém, apesar de a literatura no tema ser abundante, poucos foram os trabalhos que puderam ser utilizados para validar o modelo. Isto se deve ao fato de que nem todos os autores informaram em seus trabalhos todos os parâmetros de entrada necessários para que este modelo fosse resolvido.

Inicialmente, na Seção 8.1, são mostrados e discutidos apenas resultados específicos para o modelo do *spray* e é feita a validação individual deste. O mesmo é feito nas seções seguintes, 8.2 e 8.3, para os modelos do filme contínuo e do filme descontínuo, respectivamente. Foi feita a validação tanto para casos monofásicos quanto para casos bifásicos. Como já comentado anteriormente, neste trabalho, quando há mudança de fase por ebulição nucleada a transferência de calor é dita bifásica. Caso contrário, ela é dita monofásica.

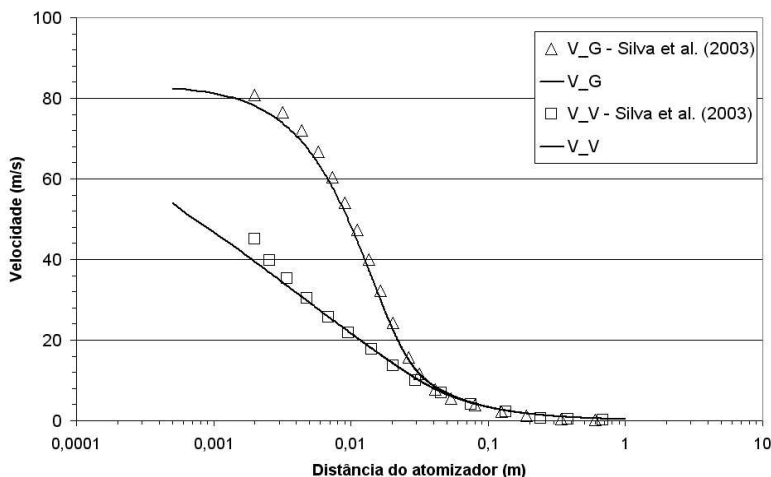
### 8.1 Validação do modelo do *spray*

A Tabela 8.1 mostra as condições em que foram obtidos os resultados dos diferentes trabalhos utilizados na validação do modelo do *spray*. Estes parâmetros foram utilizados como dados de entrada para reproduzir cada caso com o modelo desenvolvido neste trabalho. Nota-se que, para se reproduzir alguns casos, não houve a necessidade de se conhecer todos os parâmetros de entrada citados anteriormente, apenas aqueles relevantes para aquela etapa em particular. Exemplificando, não é necessário se conhecer qual diâmetro de uma superfície para se calcular a temperatura média das gotículas de líquido em uma posição qualquer do *spray*, pois o valor daquele em nada influencia o resultado desta.

**Tabela 8.1** – Parâmetros de entrada da validação do modelo do spray.

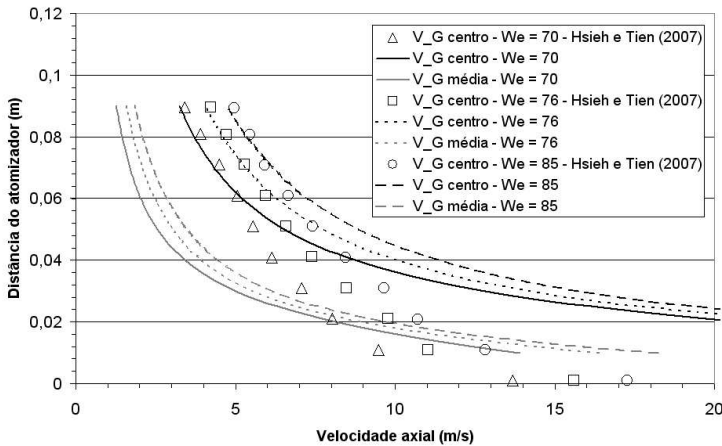
	Silva et al. (2003)	Hsieh e Tien (2007)
<b>Fluido</b>	Água	R134a
<b>Distância à superfície (mm)</b>	ND	90
<b>Diâmetro do injetor (<math>10^{-6}\text{m}</math>)</b>	200	510
<b>Ângulo do spray (graus)</b>	60	36-46
<b>Diâmetro das gotículas (<math>10^{-6}\text{m}</math>)</b>	11	28-50
<b>Temperatura de injeção (C°)</b>	35-45	12-16
<b>Raio da superfície (mm)</b>	ND	40

O comportamento da velocidade média axial para as gotículas de líquido e para a fase vapor em função da distância do atomizador, calculados pelo modelo de Silva *et al.* (2003), pode ser visto na Figura 8.1. Na mesma Figura são colocados também os resultados obtidos com o modelo deste trabalho. Nota-se que os resultados dos dois modelos são bastante próximos entre si. Além, disso o modelo desenvolvido também capturou bem a tendência de decréscimo das velocidades. Esta desaceleração é devida, entre outras razões, à abertura do cone do spray. Ambos os modelos mostram que, a partir de certa distância do atomizador, as velocidades das gotículas e da fase vapor se igualam. Isto deve à ocorrência de troca de quantidade de movimento entre as fases.



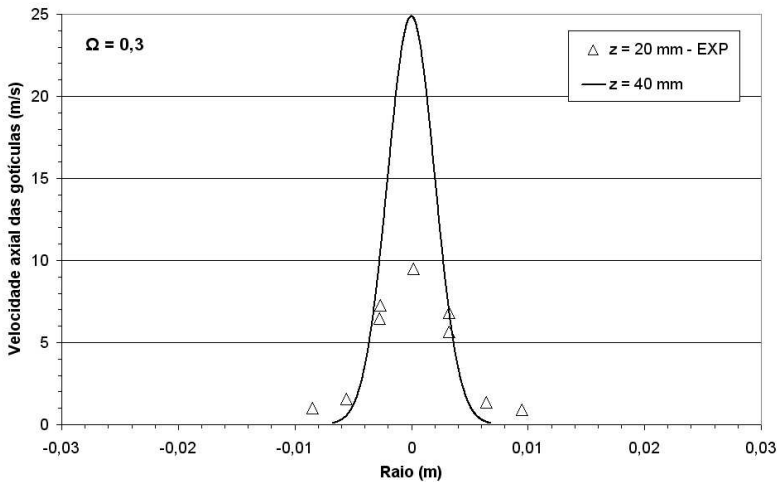
**Figura 8.1** – Velocidades das gotículas e da fase vapor como função da distância do injetor.

Valores da velocidade axial para as gotículas, medidas junto à linha de centro do spray por Hsieh e Tien (2007), são mostrados na Figura 8.2, para diferentes números de Weber, equação (4.7). Junto com estes são colocados os valores de velocidade na linha de centro e velocidade média das gotículas calculados pelo modelo. Nota-se que, novamente, o modelo previu razoavelmente bem a tendência de desaceleração das gotículas. Outro ponto em que há concordância entre o experimento e o modelo é o fato de que para números de Weber maiores, as velocidades das gotículas também são maiores. Porém, percebe-se também que, na região próxima à saída do atomizador, o modelo prevê valores de  $V_G$  maiores que os valores experimentais. Isto deve estar relacionado ao fato de que a zona próxima ao atomizador, ou seja, a zona de quebra, ser uma região muito difícil de modelar, devido à intensa fragmentação e coalescência das gotículas, além de outros fenômenos já discutidos previamente que ali ocorrem. Já nas regiões distantes do atomizador os resultados aparentam ser mais corretos.

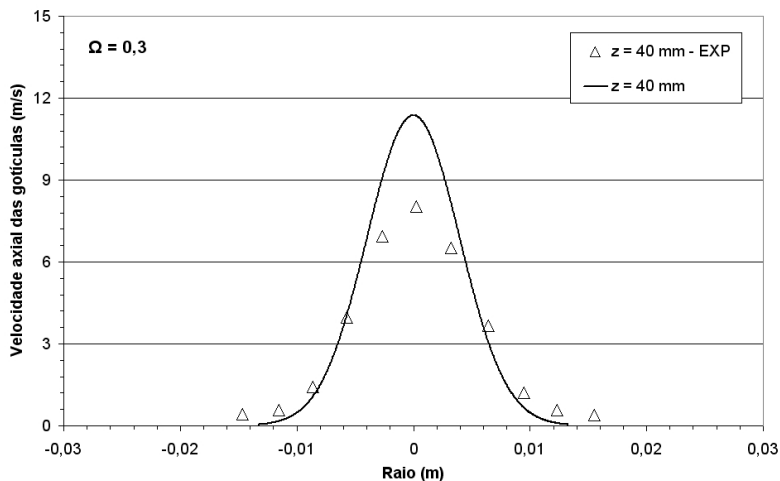


**Figura 8.2** – Velocidade das gotículas na linha de centro e média em função da distância do injetor.

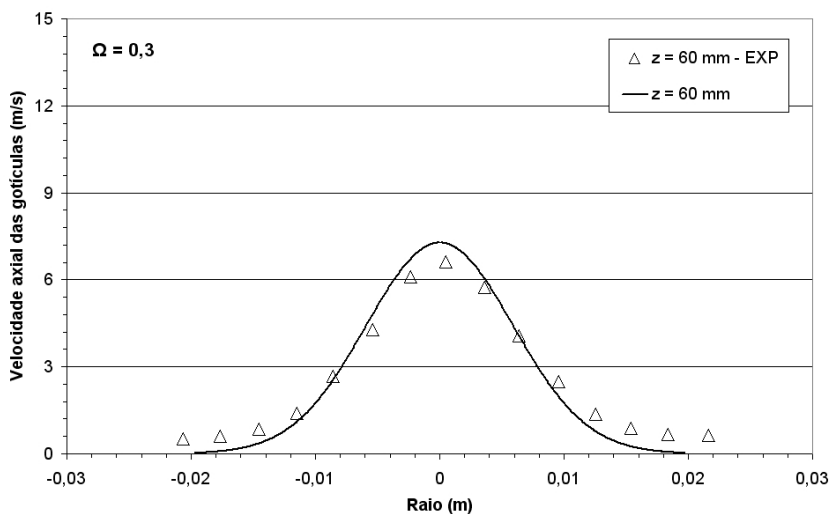
Perfis de velocidades das gotículas foram gerados com o modelo e são comparados com dados obtidos por Hsieh e Tien (2007) nas Figuras de 8.3, 8.4, 8.5 e 8.6. Quatro diferentes posições distantes do atomizador são mostradas. Nota-se novamente que a velocidade das gotículas difere bastante dos valores experimentais nas regiões mais próximas do injetor. Porém, para posições mais distantes, o perfil de velocidades é bem representado.



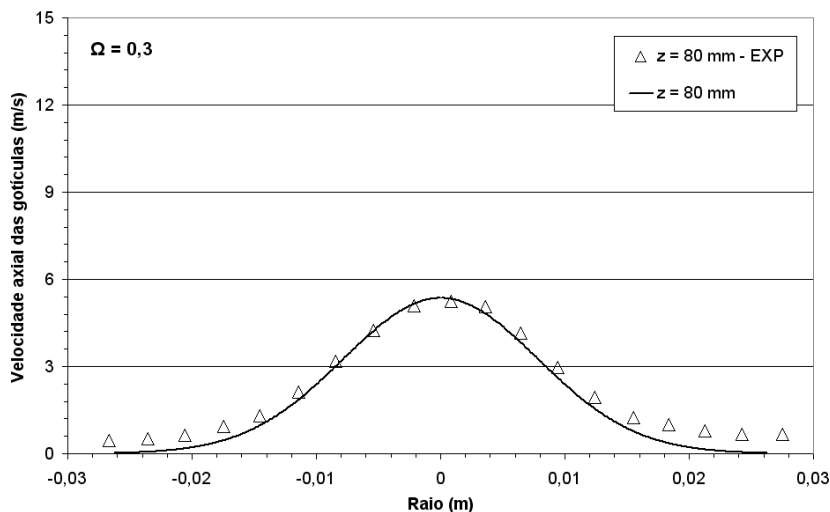
**Figura 8.3** – Perfil de velocidades das gotículas em  $z = 20$  mm comparado com dados de Hsieh e Tien (2004).



**Figura 8.4** – Perfil de velocidades das gotículas em  $z = 40$  mm comparado com dados de Hsieh e Tien (2004).



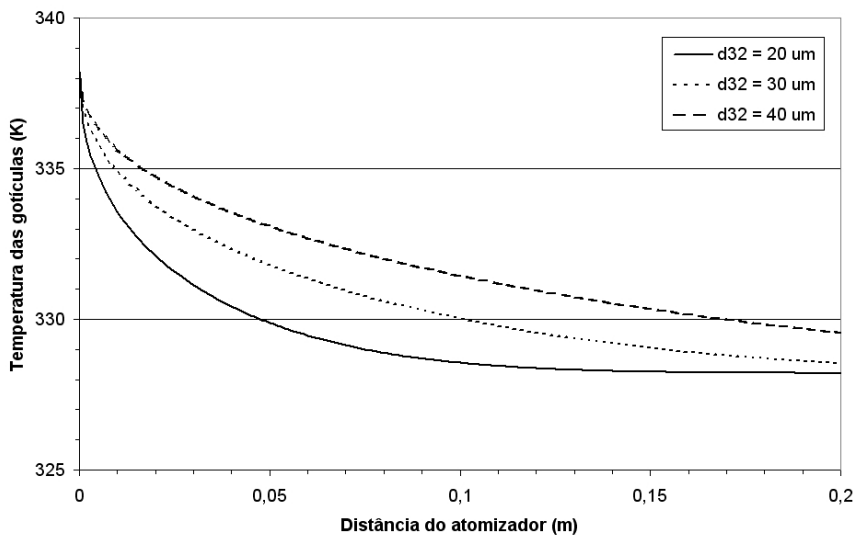
**Figura 8.5** – Perfil de velocidades das gotículas em  $z = 60$  mm comparado com dados de Hsieh e Tien (2004).



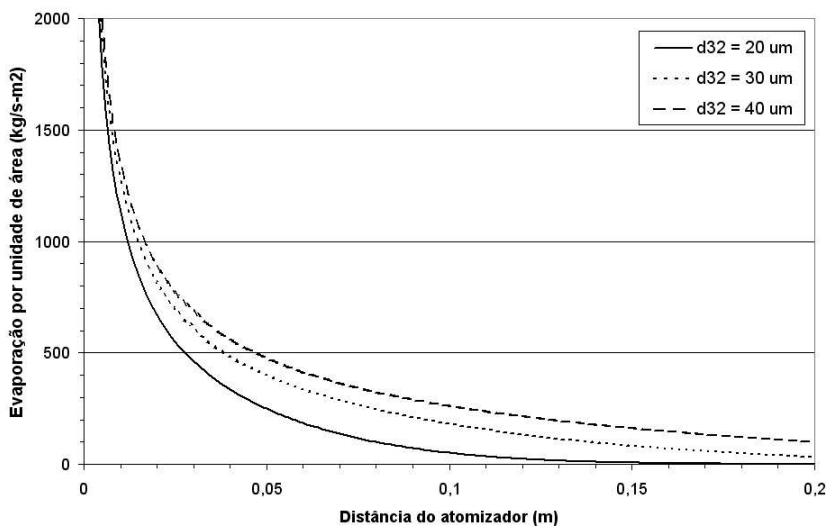
**Figura 8.6** – Perfil de velocidades das gotículas em  $z = 80 \text{ mm}$  comparado com dados de Hsieh e Tien (2004).

Uma análise paramétrica<sup>14</sup> da transferência de calor e massa no spray foi realizada, estabelecendo-se condições arbitrárias para serem resolvidas com o modelo. Como um exemplo desta análise, considera-se aqui o caso fictício de um spray onde o líquido é injetado a uma temperatura pouco maior que a temperatura de saturação, em um ambiente contendo vapor saturado. Como resultado disto, ao entrar em contato com a fase vapor, as gotículas começam a evaporar. Nas Figuras 8.7, 8.8 e 8.9, valores para a temperatura das gotículas, taxa de evaporação por unidade de área e raio das gotículas normalizado são mostrados em função de  $z$  para este caso. Foram estudados ainda os efeitos que diferentes valores para o diâmetro das gotículas na saída do atomizador exercem sobre as três variáveis supracitadas.

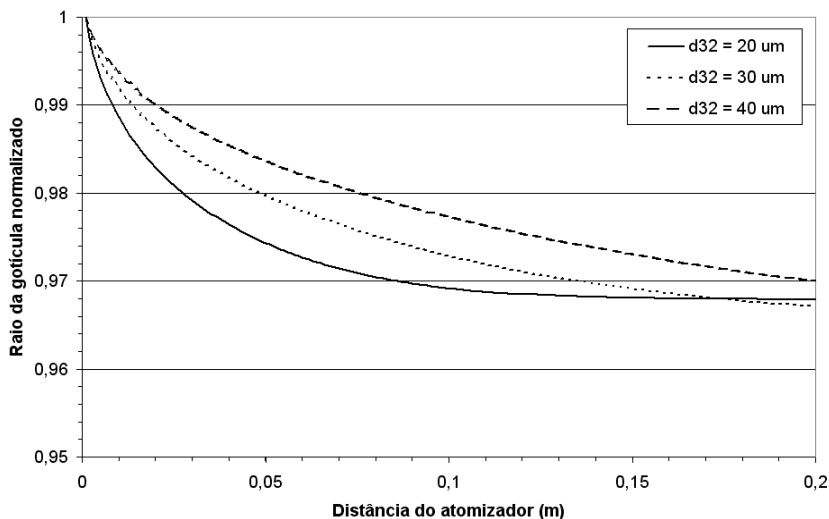
<sup>14</sup> Análise feita variando-se os vários parâmetros do problema.



**Figura 8.7** – Temperatura média das gotículas em função da distância do injetor.



**Figura 8.8** – Taxa de evaporação por unidade de área em função da distância do injetor.



**Figura 8.9** – Raio médio das gotículas em função da distância do injetor.

Analisando a Figura 8.7, pode-se afirmar que a tendência de queda na temperatura das gotículas, à medida que elas entram em contato com o vapor mais frio, está representada de forma coerente. O efeito do diâmetro inicial sobre a temperatura também apresenta lógica, pois, como uma gotícula de menor diâmetro possui menos massa, a temperatura média desta vai decair mais rápido do que a de uma gotícula de maior massa. Com relação à evaporação das gotículas, a equação (3.101) afirma que a taxa de evaporação é diretamente proporcional ao gradiente de temperaturas na interface das gotículas. Como  $\overline{T}_G$  vai decaindo com o aumento de  $z$ , a derivada da temperatura na interface também vai ficando menor. Portanto, é de se esperar que a taxa de evaporação por unidade de área apresente uma tendência de queda à medida que as gotículas se afastem do atomizador. Fazendo uma análise então da Figura 8.8, é correto dizer que o modelo previu razoavelmente bem esta tendência. Observando agora o efeito que diferentes valores para  $d_{inj,G}$  possuem sobre a evaporação, novamente pode-se afirmar que o comportamento previsto possui coerência física. Pois, como as gotículas menores esfriam mais rápido que as maiores, o gradiente de temperatura interfacial daquelas gotículas, e consequentemente a sua taxa de evaporação por unidade de área, também deve apresentar um maior decaimento com  $z$ .



Observações semelhantes podem ser feitas a respeito da Figura 8.9.

Portanto, com base nestas observações, é razoável afirmar que a transferência de calor e massa no spray foi representada de forma coerente pelo modelo. Para, porém, garantir a coerência quantitativa, os valores gerados pelo modelo deveriam ter sido comparados diretamente com valores obtidos por outros autores. Isto não foi possível, pois, apesar de terem sido encontrados muitos resultados na literatura, todos eles se referem a gotículas de líquido sendo atomizadas em atmosferas de gases não condensáveis, e evaporando devido à difusão de massa, e não exclusivamente à diferença de temperatura como é aqui considerado. Ainda assim, uma comparação entre os valores obtidos do modelo do spray e alguns resultados do modelo de Aguilar, mostrados na Figura 2.1, evidencia tendências parecidas.

## **8.2 Validação do modelo do filme contínuo**

Diversos estudos experimentais são focados na avaliação do filme formado pela aspersão de uma superfície por um spray. Conforme feito na validação do modelo do spray, alguns resultados foram reproduzidos no modelo do filme contínuo e uma comparação entre os valores previstos e experimentais foi realizada. Os parâmetros de entrada utilizados foram colocados nas Tabelas 8.2 e 8.3.

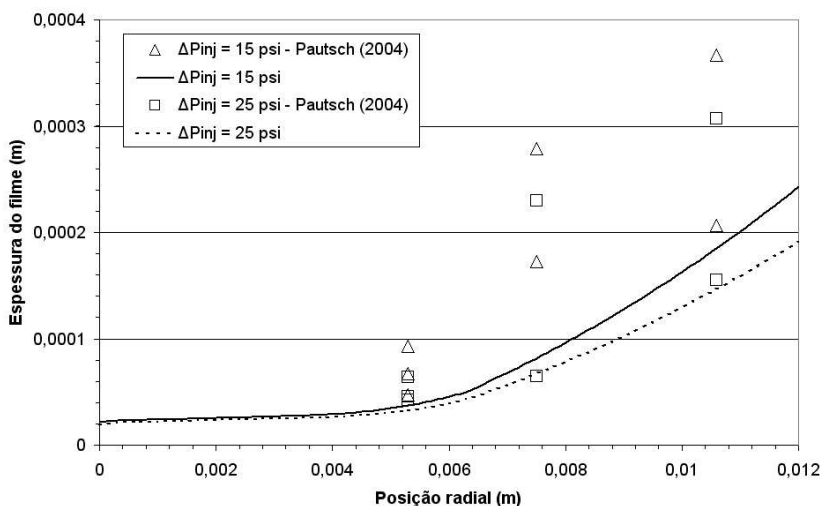
**Tabela 8.2** – Parâmetros de entrada da validação do modelo do filme contínuo.

	<b>Pautsch (2004)</b>	<b>Pautsch e Shedd (2006)</b>	<b>Kalantari e Tropea (2007)</b>	<b>Ashwood (2006)</b>
<b>Fluido</b>	FC-72	FC-72	Água	FC-72, FC-74 e FC-40
<b>Distância à superfície (mm)</b>	6,8	6,8	30-50	6,8
<b>Diâmetro do injetor (<math>10^{-6}</math>m)</b>	327	327	200	250
<b>Ângulo do spray (graus)</b>	85	85	70	85
<b>Diâmetro das gotículas (<math>10^{-6}</math>m)</b>	45-75	ND	34	ND
<b>Temperatura de injeção (C°)</b>	26	26	27	26
<b>Raio da superfície (mm)</b>	8,46	9,59	2,5	8,46

**Tabela 8.3** – Parâmetros de entrada da validação do modelo do filme contínuo.

	<b>Fabbri (2005)</b>	<b>Estes e Mudawar (1995)</b>	<b>Freund et al. (2007)</b>	<b>Hsieh et al. (2004)</b>
<b>Fluido</b>	Água	FC-72	FC-72	Água e R134a
<b>Distância à superfície (mm)</b>	20	55	5	60
<b>Diâmetro do injetor (<math>10^{-6}</math>m)</b>	356	762-1700	327	380
<b>Ângulo do spray (graus)</b>	70	46,4-55,8	85	80
<b>Diâmetro das gotículas (<math>10^{-6}</math>m)</b>	44	110-214	ND	42-46
<b>Temperatura de injeção (C°)</b>	23	44,3	26	14 e 25
<b>Raio da superfície (mm)</b>	9,65	6,35	8,46	40

Os valores de espessura de um filme adiabático em função da posição da distância radial, obtidos por Pautsch (2004), podem ser vistos na Figuras 8.10, assim como a curva para os mesmos valores previstos pelo modelo. A comparação entre os resultados do modelo e dos experimentos fica um pouco comprometida devido à dispersão apresentada nos valores medidos experimentalmente, já que medições em pontos diametralmente opostos mostram valores de espessura bastante distintos. É possível observar que o modelo conseguiu reproduzir a tendência de aumento na espessura a medida que se afasta do centro, porém foram previstos valores menores do que os experimentais.



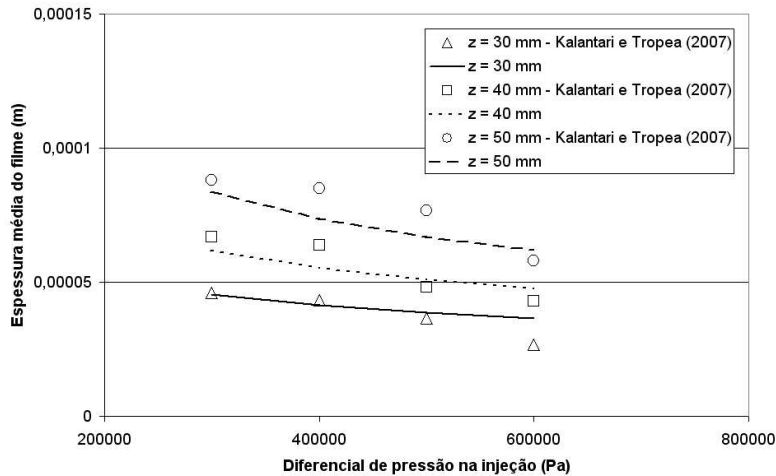
**Figura 8.10** – Espessura do filme em função da distância radial.

Na comparação com os dados medidos por Pautsch e Shedd (2006), esta tendência não é observada. A Tabela 8.4 mostra os resultados da espessura para duas posições radiais diferentes, considerando o efeito da aplicação de um fluxo de calor. Os valores previstos são pouco maiores que os experimentais. Nota-se que, os valores medidos para a posição 1 não mudam significativamente com a aplicação do calor. Isto caracteriza que não existe efeito significativo de ebulição, ou seja, que para o fluxo de calor aplicado a transferência de calor é monofásica. O mesmo comportamento também fica evidenciado nos resultados do modelo.

**Tabela 8.4** – Efeito do fluxo de calor aplicado no valor da espessura do filme.

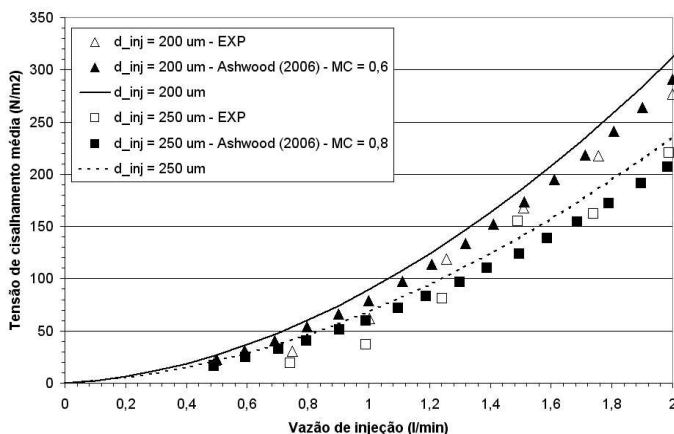
Condições		$\delta_f$ (m) - Pautsch e Shedd (2006)	$\delta_f$ (m)	Erro
$\dot{q}_w'' = 0$	$r = 3$ mm	1,83E-05	2,07E-05	+13,29%
	$r = 9$ mm	7,55E-05	7,69E-05	+1,84%
$\dot{q}_w'' = 15$ W/cm2	$r = 3$ mm	1,84E-05	2,07E-05	+12,36%
	$r = 9$ mm	ND	7,03E-05	ND

Medições da espessura média do filme formado sobre uma superfície foram feitas por Kalantari e Tropea (2007). Eles também estudaram o efeito da diferença de pressão no atomizador e da distância entre atomizador e superfície sobre a espessura do filme. Os resultados são mostrados na Figura 8.11, juntamente com os valores previstos pelo modelo do filme contínuo, considerando as mesmas condições. Apesar do espalhamento observado nos resultados, há concordância razoável com a tendência dos dados experimentais.



**Figura 8.11** – Espessura do filme em função da diferença de pressão no injetor. A Figura 8.12 mostra os valores experimentais e os valores previstos pelo modelo para a tensão de cisalhamento média na

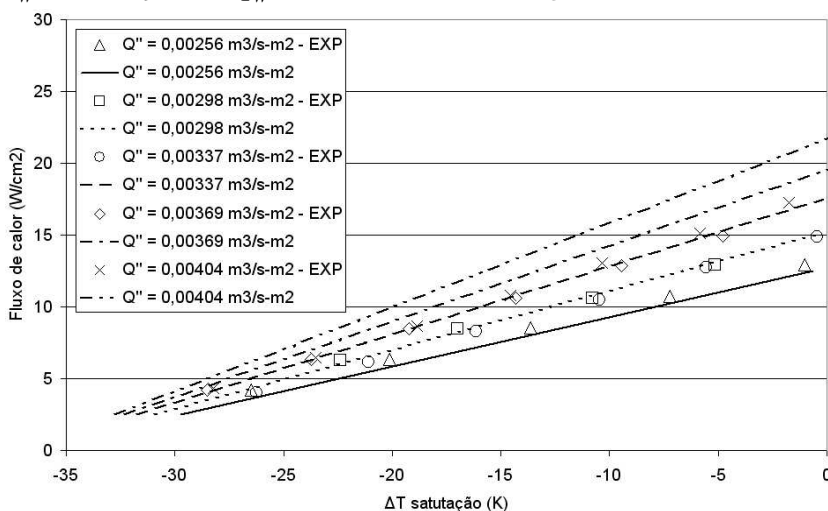
superfície gerada pelo escoamento de um filme sobre uma superfície. Os resultados foram obtidos em função da vazão, para dois diâmetros de atomizadores, considerando um caso adiabático. Na mesma figura também são colocados os resultados obtidos utilizando o modelo de Ashwood (2006). MC é o fator de ajuste que o modelo de Ashwood utiliza. Analisando as figuras percebe-se que os dois modelos conseguiram prever a tendência de aumento da  $\overline{\tau_w}$  com a vazão mostrada pelos dados experimentais. Porém, nota-se também que o modelo desenvolvido neste estudo prevê valores sistematicamente maiores do que os valores obtidos por Ashwood, ou mesmo do que os valores experimentais. Ainda assim, os resultados são satisfatórios. O presente trabalho, entretanto, não faz uso de qualquer ajuste adicional.



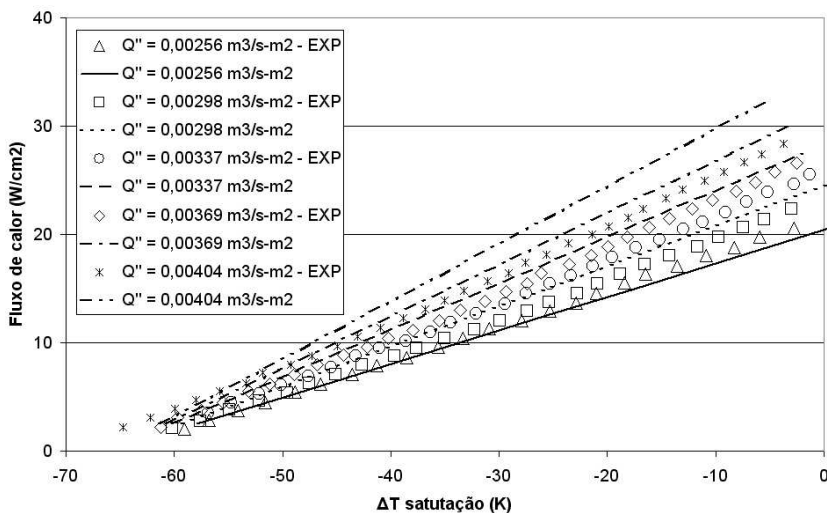
**Figura 8.12** – Tensão de cisalhamento média em função da vazão de injeção.

No mesmo trabalho, Ashwood também efetuou medições da temperatura da superfície, para diferentes vazões de injeção de líquido. As curvas levantadas para o grau de superaquecimento da superfície ( $\Delta T_{sat} = \overline{T_w} - T_{sat}$ ) em função do fluxo de calor aplicado são mostradas nas Figuras 8.13, 8.14 e 8.15 para três diferentes fluidos de trabalho. Já nas Figuras 8.16, 8.17 e 8.18 são mostradas valores de  $\overline{h_w}$  em função de  $q''_w$ . O regime de transferência de calor é predominantemente monofásico, como fica evidenciado pela linearidade das curvas. Porém, nas Figuras 8.15 8.18, nota-se o aparecimento de um pequeno efeito de ebulição nucleada.

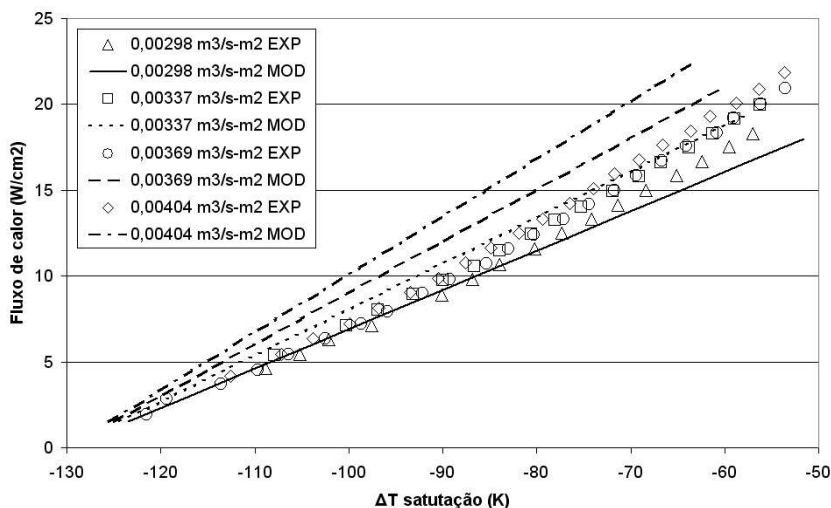
As previsões fornecidas pelo modelo também são mostradas nas respectivas figuras. Percebe-se que o modelo reproduz razoavelmente bem a tendência de aumento de  $\overline{T}_w$  com  $q_w''$ . O efeito do aumento na transferência de calor ocasionado por uma maior vazão injetada também foi previsto corretamente pelo modelo. Porém, nota-se que os resultados do modelo apresentam valores da temperatura da superfície menores que os obtidos experimentalmente, indicando que a transferência de calor está sendo superdimensionada pelo modelo, principalmente para vazões maiores. A mesma tendência pode ser observada nas curvas de  $\overline{h}_w$  em função de  $q_w''$ , como mostram as Figuras 8.16, 8.17 e 8.18.



**Figura 8.13** – Temperatura da superfície em função do fluxo de calor aplicado para o FC-72 comparada com dados de Ashwood (2006).



**Figura 8.14** – Temperatura da superfície em função do fluxo de calor aplicado para o FC-74 comparada com dados de Ashwood (2006).



**Figura 8.15** – Temperatura da superfície em função do fluxo de calor aplicado para o FC-40 comparada com dados de Ashwood (2006).

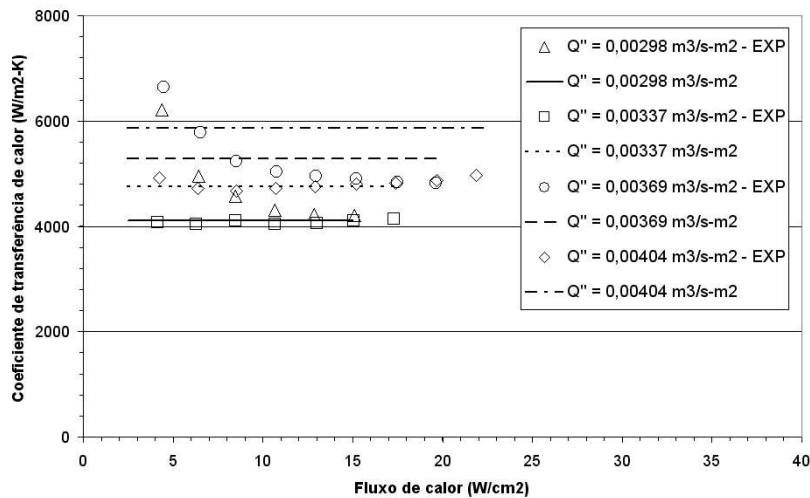


Figura 8.16 – Coeficiente de transferência de calor em função do fluxo de calor para o FC-72 comparada com dados de Ashwood (2006).

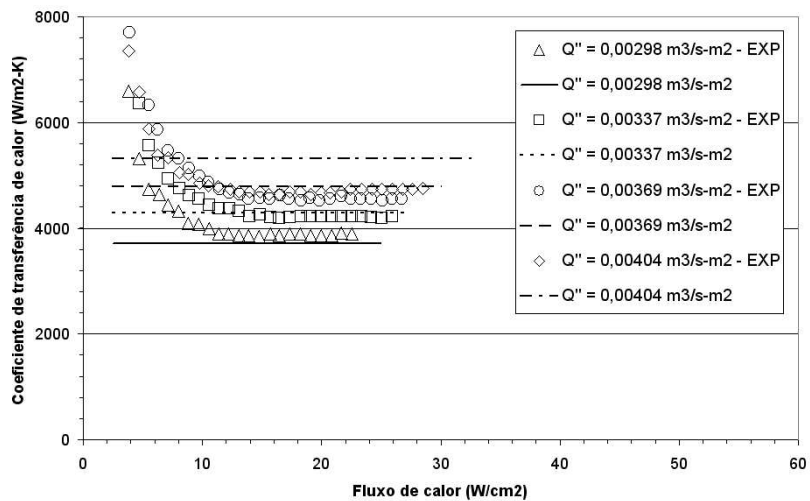
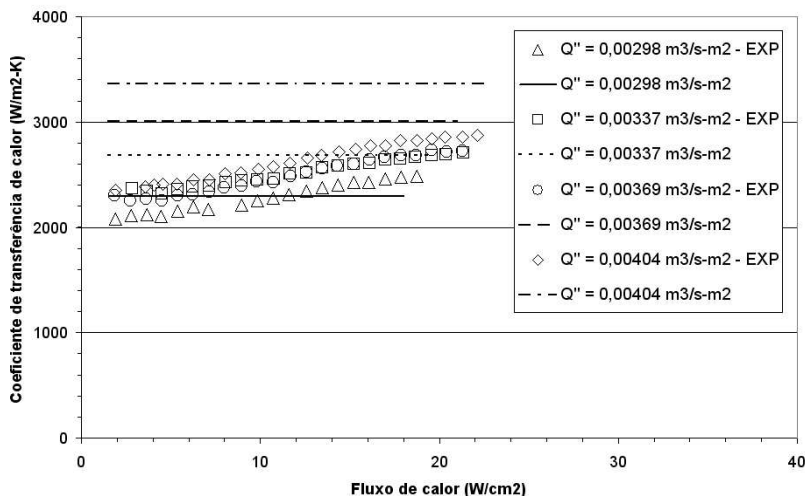


Figura 8.17 – Coeficiente de transferência de calor em função do fluxo de calor para o FC-74 comparada com dados de Ashwood (2006).

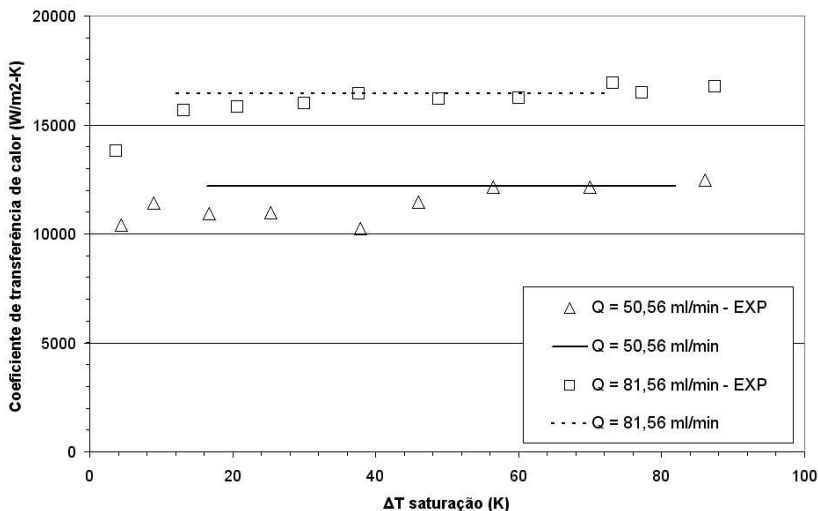




**Figura 8.18** – Coeficiente de transferência de calor em função do fluxo de calor para o FC-40 comparada com dados de Ashwood (2006).

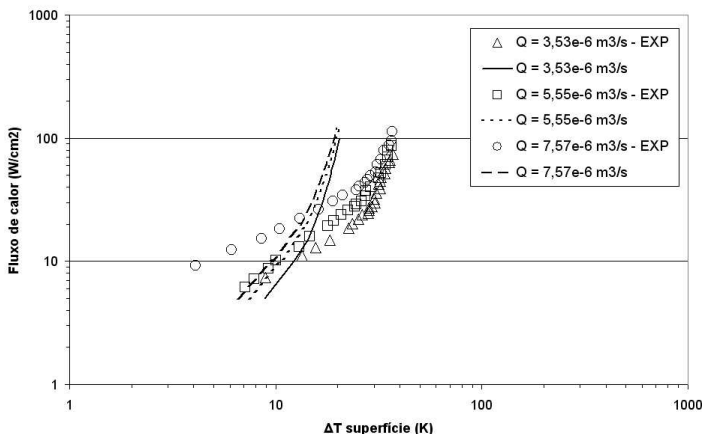
A mesma tendência, porém em menor escala pode ser observada comparando os coeficientes de transferência de calor previstos pelo modelo com os obtidos experimentalmente por Fabbri *et al.* (2005).

A variação notada nos valores experimentais para o  $\overline{h_w}$  monofásico, vista nas Figuras 8.16 e 8.17, e também observada em trabalhos de outros autores, deve estar relacionada a incertezas e ao efeito que a maior temperatura da superfície exerce sobre as propriedades de transporte do líquido que se encontra junto desta. O modelo não consegue reproduzir estes efeitos, assim os valores previstos do coeficiente de transferência de calor são constantes.



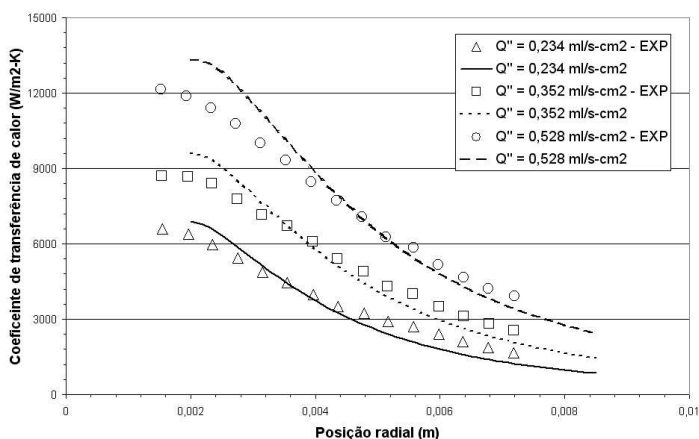
**Figura 8.19** – Coeficiente de transferência de calor em função da temperatura da superfície comparado com dados de Fabbri *et al.* (2005).

Na Figura 8.20, valores de  $\overline{T_w}$  em função de  $q_w''$ , medidos experimentalmente por Estes e Mudawar (1995), são comparados com os resultados do modelo para três vazões diferentes. Nota-se pelos valores experimentais, a baixas temperaturas, a transferência de calor é predominantemente monofásica, fato este evidenciado pela inclinação constante nas curvas. Porém, com o aumento da temperatura, a inclinação começa a mudar, indicando que o efeito da ebulição nucleada começa a se fazer presente. Nas curvas calculadas pelo modelo este efeito na inclinação também pode ser notado, no entanto, a inclinação nestas curvas é maior do que nas curvas experimentais, principalmente em altas temperaturas. Esta é uma indicação de que a correlação utilizada para modelar a ebulição nucleada em filmes finos pode estar superestimando o seu efeito.



**Figura 8.20** – Fluxo de calor em função da temperatura da superfície comparado com dados de Estes e Mudawar (1995).

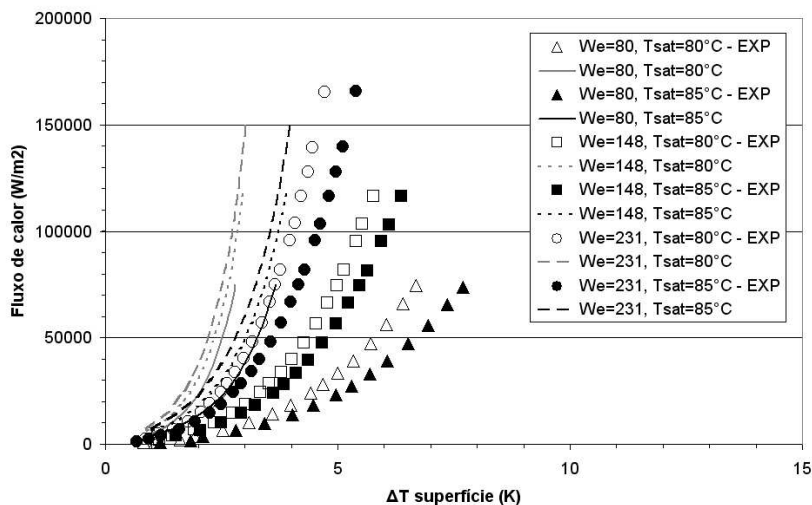
Freund *et al.* (2007) estudaram a transferência de calor monofásica no resfriamento por sprays e a distribuição do coeficiente de transferência de calor ao longo da superfície é mostrada na Figura 8.21, para três vazões diferentes. Percebe-se que o coeficiente de transferência de calor é maior no centro e que há uma tendência de diminuir de valor ao se afastar na direção da periferia da superfície. Os valores previstos pelo modelo também são mostrados na mesma figura. Houve boa concordância na comparação entre os resultados do modelo e experimentais.



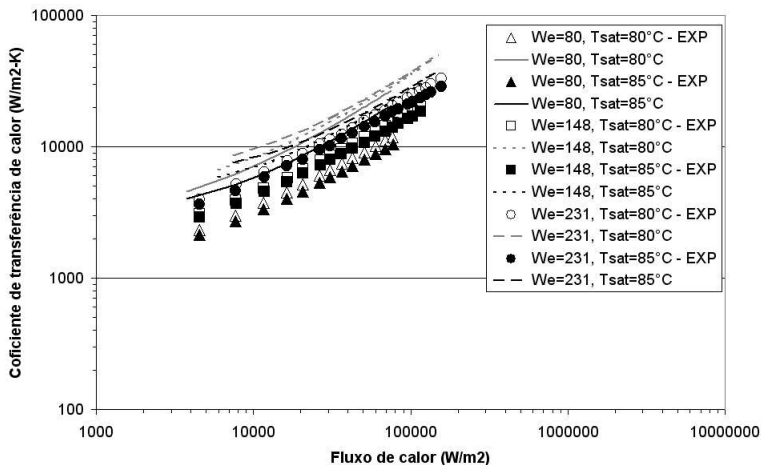
**Figura 8.21** – Coeficiente de transferência de calor em função da distância da linha de centro comparado com dados de Freund *et al.* (2007).

Outros valores de temperatura na superfície e coeficiente de transferência de calor, agora em regime bifásico, obtidos do trabalho Hsieh *et al.* (2004), são mostrados juntos com os valores do modelo nas Figuras 8.22 e 8.23. Água foi utilizada como fluido de trabalho. Pela Figura 8.23, nota-se claramente a presença da ebulição nucleada na transferência de calor, fato evidenciado pela inclinação da curva e por  $\bar{h}$  ser dependente do fluxo de calor aplicado.

Novamente o modelo aparenta estar superestimando os efeitos da ebulição nucleada. Isto pode ser visto tanto pela inclinação mais acentuada nas curvas calculadas da Figura 8.18, quando nos valores maiores para  $\bar{h}_w$  obtidos do modelo. Porém, é correto afirmar que a tendência apresentada pelas curvas experimentais foi bem prevista pelo modelo.

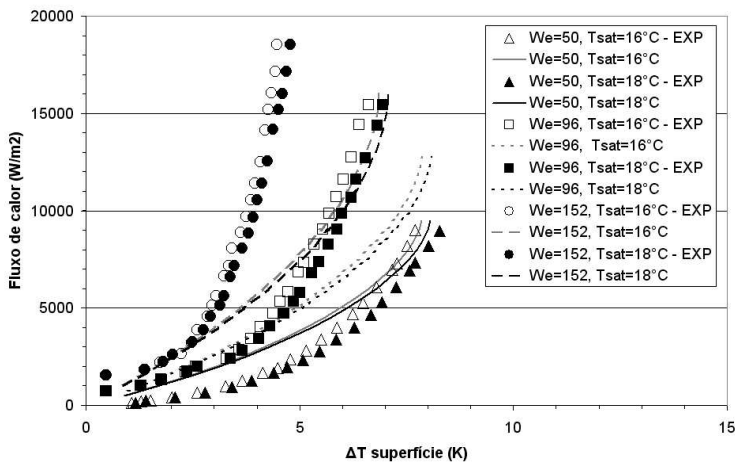


**Figura 8.22** – Coeficiente de transferência de calor para a água em função da temperatura da superfície comparado com dados de Hsieh *et al.* (2007).

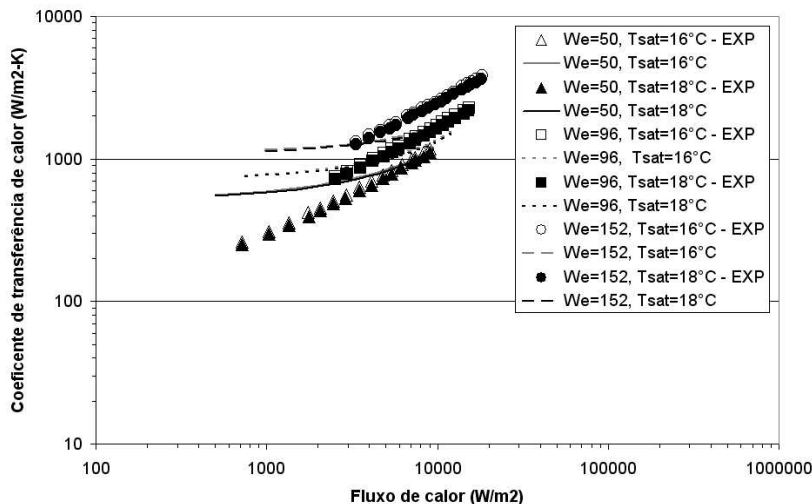


**Figura 8.23** – Coeficiente de transferência de calor para a água em função da temperatura da superfície comparado com dados de Hsieh *et al.* (2007).

Fazendo uma análise semelhante para os resultados também obtidos por Hsieh *et al.*, porém utilizando R134a como fluido de trabalho, as conclusões são um pouco diferentes. Nas Figuras 8.24 e 8.25 são mostrados, respectivamente, os valores de  $\overline{T}_w$  e de  $\overline{h}_w$  em função de  $q''_w$ , e uma tendência de subestimar a transferência de calor pode ser notada nestes resultados.

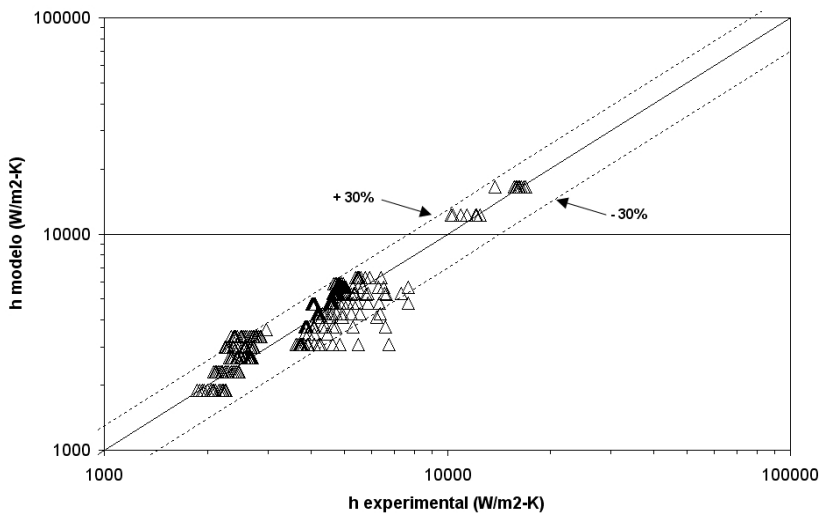


**Figura 8.24** – Coeficiente de transferência de calor para o R134a em função da temperatura da superfície comparado com dados de Hsieh *et al.* (2007).

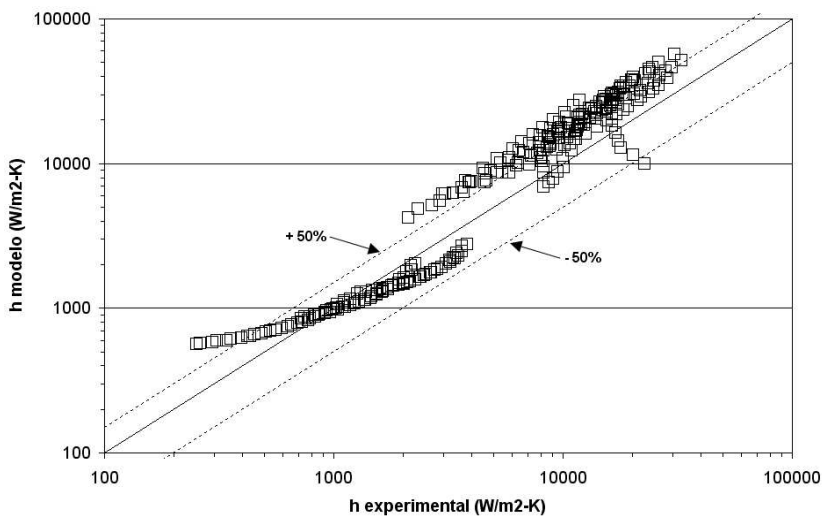


**Figura 8.25** – Coeficiente de transferência de calor para o R134a em função da temperatura da superfície comparado com dados de Hsieh *et al.* (2007).

Na Figura 8.26 é feita uma comparação entre os valores do coeficiente de transferência de calor monofásico, ou seja, sem mudança de fase por ebulição nucleada, calculados pelo modelo com os valores obtidos de experimentos. A mesma comparação é feita na Figura 8.27 para a transferência de calor bifásica. Nota-se que o modelo fornece valores do coeficiente de transferência de calor mais incorretos nos casos onde há mudança de fase por ebulição nucleada do que nos casos em que não há mudança de fase por ebulição nucleada. A Tabela 8.5 traz ainda um resumo de todos os resultados da transferência de calor para o filme contínuo, nos casos monofásicos e bifásicos. O erro médio do coeficiente de transferência de calor entre os valores previstos pelo modelo e os dados experimentais da literatura, em casos monofásicos, ficou em 12,91 % e o erro máximo foi de 54,21 %. Já em relação aos casos bifásicos, os erros médio e máximo do coeficiente de transferência de calor foram, respectivamente, 49,34 % e 131,74 %.



**Figura 8.26** – Coeficientes de transferência de calor do modelo comparado ao experimental quando não há ebulição nucleada.



**Figura 8.27** – Coeficientes de transferência de calor do modelo comparado ao experimental quando há ebulição nucleada.

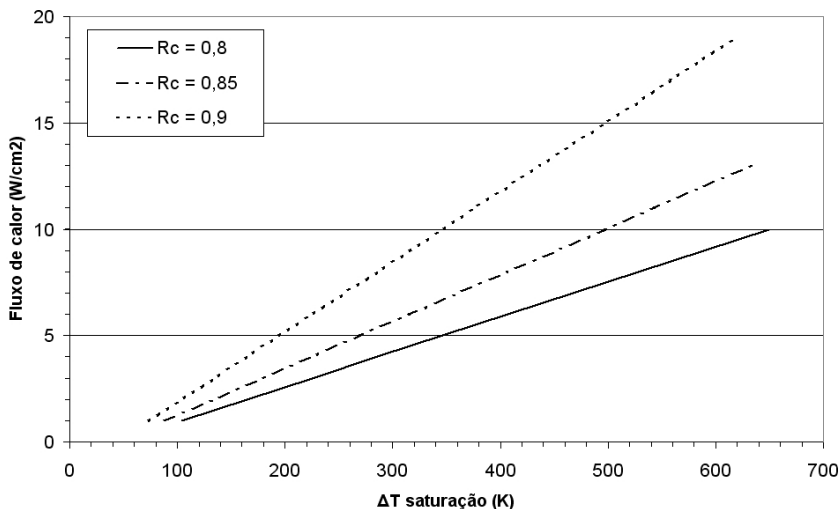
**Tabela 8.5** – Resumo dos resultados da transferência de calor para o modelo do filme contínuo.

	<b>Monofásico</b>	<b>Bifásico</b>	<b>Geral</b>
<b>Total de casos</b>	327	268	595
<b>Erro médio no h</b>	12,91 %	49,34 %	29,32 %
<b>Erro máximo no h</b>	54,21 %	131,74 %	131,74 %

### 8.3 Validação do modelo do filme descontínuo

Não foi possível efetuar a validação do filme descontínuo, pois foram poucos os trabalhos encontrados sobre o tema na literatura, e nenhum deles informou todos os parâmetros necessários para rodar o modelo. A exemplo do que foi feito para a transferência de calor e massa no spray, uma análise paramétrica foi feita, estabelecendo condições arbitrária para o problema. Um exemplo desta análise está colocado na Figura 8.28, onde são mostrados os resultados do grau de superaquecimento da superfície em função do fluxo de calor para três diferentes valores de razão de cobertura do filme descontínuo.





**Figura 8.28** – Temperatura da superfície em função do fluxo de calor aplicado para um filme descontínuo.

Observa-se que, de uma maneira geral, o modelo reproduziu a tendência esperada. Um aumento na razão de cobertura do filme acarreta em um maior coeficiente médio de transferência de calor da superfície, fato que fica evidenciado pelo aumento na inclinação das curvas na Figura 8.28. Porém, seria necessária uma comparação com resultados de outros autores para se poder afirmar que o modelo do filme descontínuo está representando corretamente os fenômenos físicos envolvidos no problema.



## 9 Conclusões

O presente trabalho abordou o estudo teórico/numérico do resfriamento de superfícies aquecida com o uso de jatos bifásicos de líquido atomizado, ou seja, spray cooling, com o objetivo de verificar a sua futura aplicação em um sistema de refrigeração em escala reduzida.

A revisão efetuada na literatura disponível sobre o tema mostrou que são poucos os trabalhos que estudam o spray cooling utilizando um fluido refrigerante como fluido de trabalho. Outro ponto observado foi a escassez de modelos que reproduzam os fenômenos físicos do resfriamento por sprays, e que sejam independentes de parâmetros de ajustes. Alguns modelos disponíveis na literatura modelam partes do problema, mas nenhum deles o resolve como um todo.

Neste estudo foi desenvolvido um modelo para representar a hidrodinâmica e a transferência de calor e massa do spray cooling. O modelo foi dividido em três sub-rotinas principais: a primeira considera o caminho das gotículas no spray desde o atomizador até o impacto com a superfície; a segunda realiza a integração entre as sub-rotinas do spray e do filme; e a terceira resolve o filme formado pelo impacto das gotículas sobre a superfície, que pode ser contínuo ou descontínuo.

O spray foi resolvido através de balanços de massa, quantidade de movimento e de energia, em um volume de controle infinitesimal. O escoamento foi considerado como sendo unidimensional e permanente. Interações entre as gotículas foram desprezadas e a abertura do cone do spray foi tomada como fixa. A transferência de quantidade de movimento entre as fases líquido e o vapor foi modelada como uma força de arrasto. Já a troca de massa é função única e exclusivamente da diferença de temperatura entre as fases. Os parâmetros de saída do modelo de spray servem de entrada para o modelo do filme.

O modelo que faz a integração entre spray e filme também determina qual o tipo de filme que será formado sobre a superfície. Isto é feito a partir do cálculo da razão de cobertura da superfície pelo líquido, do intervalo de tempo entre o impacto sucessivo de duas gotículas e do tempo para uma gotícula evaporar totalmente.

A sub-rotina que resolve o filme de líquido, quando contínuo, foi desenvolvida a partir das equações de balanço de massa e quantidade de movimento em um volume de controle diferencial radial. Foram feitas as hipóteses de regime permanente e escoamento unidimensional. Dividiu-se o filme em duas camadas hidrodinâmicas: a subcamada limite viscosa, onde é aplicada uma lei logarítmica, e a região de turbulência. A evaporação do filme foi obtida a partir de um balanço de massa na interface entre o filme e o vapor ambiente. Através de uma condição de similaridade entre transferência de calor e de quantidade de movimento do filme, o coeficiente de transferência de calor pode ser obtido. Os efeitos de ebulição nucleada foram incluídos no modelo a partir de uma correlação obtida da literatura.

Já a sub-rotina do filme disperso teve como base a hipótese de que, após atingir a superfície, as gotículas se espalham em forma de discos cilíndricos. Nas regiões da superfície cobertas pelo líquido incluíram-se os fenômenos da evaporação e a ebulição nucleada. Já nos outros pontos da superfície considerou-se a somente a convecção monofásica do vapor. Pode-se obter a temperatura média da superfície a partir de médias ponderadas na área e no tempo.

Com o objetivo de validar a metodologia desenvolvida, uma comparação entre os resultados do modelo do *spray cooling* com dados experimentais ou numéricos obtidos na literatura foi realizada. Isto foi feito individualmente para os modelos do spray e do filme.

A validação do modelo do spray mostrou valores previstos para velocidades das fases líquida e vapor bastante próximos aos resultados da literatura, o que demonstra que a hidrodinâmica do spray foi bem representada. Não foi possível validar a transferência de calor e massa, devido à ausência de dados experimentais. Porém, um estudo paramétrico foi realizado e os resultados mostraram que o modelo é robusto e que apresenta tendências fisicamente coerentes com o que seria esperado.

O modelo do filme contínuo também foi comparado com estudos de outros autores. Os resultados mostraram que o modelo calcula razoavelmente bem a espessura e a tensão de cisalhamento do filme formado sobre a superfície. O mesmo se pode dizer sobre a transferência de calor, quando o problema não engloba mudança de fase. Apesar de uma tendência de superestimar a troca de calor, os

valores da temperatura da superfície e do coeficiente de transferência de calor foram satisfatoriamente próximos dos valores da literatura, inclusive apresentando coerência na distribuição espacial ao longo da superfície, como mostrado na Figura 8.21. O erro médio encontrado para o coeficiente de transferência de calor monofásico foi da ordem de 10 % .

Já para os casos onde há mudança de fase, os resultados do modelo do filme contínuo não foram tão bons. Na maioria dos resultados, a exemplo do ocorrido no regime monofásico, a transferência de calor foi superestimada. Porém, em alguns casos a tendência se inverteu, e os coeficientes de transferência de calor previstos pelo modelo foram menores que os valores experimentais. Além disso, o erro médio nos casos estudados foi da ordem de 50 % , bem acima do erro nos casos sem mudança de fase. Ainda assim, os resultados do modelo mostram que a tendência na transferência de calor foi razoavelmente bem representada.

Cabe ressaltar que as espessura de filme calculadas pelo modelo, nos diversos casos rodados, foram da ordem de  $100\ \mu\text{m}$  , bem menores que os valores do comprimento capilar para os respectivos fluidos.

Os resultados do modelo do filme discreto mostraram tendências coerentes para a temperatura da superfície em função do fluxo de calor aplicado. Porém, o fato de não ter sido possível efetuar a comparação com resultados experimentais compromete a validação e qualquer afirmação sobre a precisão dos valores previstos pelo modelo.

É válido ainda ressaltar que o modelo, de uma forma geral, poderia fornecer resultados melhores se fossem utilizados coeficientes de ajustes adicionais. Porém isto vai à contramão dos objetivos deste trabalho.

Em síntese, a metodologia desenvolvida neste trabalho mostrou bons resultados. Mesmo sendo livre de quaisquer parâmetros de ajuste adicional, o modelo previu valores coerentes com os obtidos por outros autores, indicando que os fenômenos físicos que governam o *spray cooling* foram representados de forma razoável.

Com o objetivo de aumentar a abrangência do presente estudo e aperfeiçoar os resultados do modelo aqui desenvolvido, sugerem-se as seguintes atividades em trabalhos futuros:

- Analisar os efeitos da implementação do perfil de velocidades gaussiano sobre os resultados da hidrodinâmica e da transferência de calor e massa no filme formado sobre a superfície;
- Incluir o fenômeno do respingo e atomização secundária devido ao impacto das gotículas na hidrodinâmica do filme, como mostrado nos trabalhos de Lee *et al.* (2001) e Grover e Assanis (2000);
- Construir uma bancada experimental para ampliar a validação do modelo;
- Efetuar a integração do modelo com um código de otimização por algoritmos genéticos com o objetivo de identificar as condições que maximizam a transferência de calor no *spray cooling*;
- Implementar uma função de distribuição do tamanho de gotículas, como no modelo de Rahimi *et al.* (2002), em detrimento do uso de um valor médio para o diâmetro de todas as gotículas.

## 10 Referências Bibliográficas

AGUILAR, G.; VERKRUYSSE, W.; MAJARON, B.; ZHOU, Y.; NELSON, J. S.; LAVERNIA, E. J.; **Modeling Cryogenic Spray Temperature and Evaporation Rate Based on Single-Droplet Analysis**. International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems, Pasadema, 2000.

AOKI, I.; **Analysis of Characteristics of Water Flash Evaporation under Low-Pressure Conditions**. Heat Transfer, Asian Research, vol. 29, no. 1, pp. 22-33, 2000.

ASHWOOD, A. C.; **Fluid Property Effects on Spray Cooling: an Experimental and Numerical Study**. Master Thesis, University of Wisconsin-Madison, 2006.

ASPEN SYSTEMS; **Personal Cooling**, 2007, <http://www.aspensystems.com>.

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N.; **Transport Phenomena**. Wiley, John & Sons, 2007.

BOLLE, L.; MOUREAU, J. C.; **Spray Cooling of Hot Surfaces. Multiphase Science and Technology**, vol. 1, pp 1-97, 1982.

BONACINA, C.; GIUDICE, S. del; COMINI, G.; **Evaporation of Atomized Liquids on Hot Surfaces**. Lett. Heat Mass Transfer, vol. 2, no. 5, pp. 401-406, 1975.

BONACINA, C.; GIUDICE, S. del; COMINI, G.; **Dropwise Evaporation**. Journal of Heat Transfer, vol. 101, pp. 441-446, 1979.

CARDOSO, E. M.; PASSOS, J. C.; STUTZ B.; LALLEMAND M.; **Confined Boiling of N-Pentane in a Horizontal Space**. Encontro Brasileiro sobre Ebulição, Condensação e Escoamento Multifásico Líquido-Gás, Florianópolis, 2008.

CHEN, R.; CHOW, L. C.; ZHANG, C.; NAVEDO, J. E.; **Effects of Spray Characteristics on Critical Heat Flux in Subcooled Water**

**Spray Cooling.** International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 45, pp. 4033-4043, 2002.

CHEN, W.; LUO, X.; ZHANG, C.; LU, M.; **Experimental Investigation on Boiling Heat Transfer Characteristics of Water Spray Impinging.** International Congress of Refrigeration, Beijing, 2007.

CROWE, C. T.; **Multiphase Flow Handbook.** CRC, 2006.

DOMBROWSKI, N.; MUNDAY, G.; **Spray Drying.** Biochemical and Biological Engineering Science, vol. 2, London: Academic Press, 1968.

ESTES, K. A.; MUDAWAR, I.; **Correlation of Sauter Mean Diameter and Critical Heat Flux for Spray Cooling of Small Surfaces.** International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 38, no. 16, pp. 2985-2996, 1995.

FABBRI, M.; JIANG, S.; DHIR, V. K.; **A Comparative Study of Cooling of High Power Density Electronics Using Sprays and Microjets.** Transactions of the ASME, vol. 127, pp. 38-48, 2005.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; **Introdução à Mecânica dos Fluidos.** 5ª ed., Rio de Janeiro: LTC, 2001.

FREUND, S.; PAUTSCH, A. C.; SHEDD, T. A.; KABELAC, S.; **Local Heat Transfer Coefficients in Spray Cooling Systems Measured with Temperature Oscillation IR Thermography.** International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 50, pp. 1953-1962, 2007.

GHODBANE, M.; HOLMAN J. P.; **Experimental Studies of Spray Cooling with Freon-113.** International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 34, no. 4 e 5, pp. 1163-1174, 1991.

GROVER JR., R. O.; ASSANIS, D. N.; **A Spray Wall Impingement Model Based upon Conservation Principles.** W. E. Lay Automotive Laboratory, University of Michigan, 2000.



HSIEH, S.; FAN, T.; TSAI, H.; **Spray Cooling Characteristics of Water and R-134a. Part 1: Nucleate Boiling.** International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 47, pp. 5703-5712, 2004.

HSIEH, S.; TIEN, C.; **R-134a Spray Dynamics and Impingement Cooling in the Non-Boiling Regime.** International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 50, pp. 502-1512, 2007.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P.; **Transferência de Calor e de Massa.** 5ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

ISHIBASHI, E.; NISHIKAWA, K.; **Saturated Boiling Heat Transfer in Narrow Spaces.** International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 12, pp. 863-894, 1969.

KACHHWAHA, S. S.; DHAR, P. L.; KALE, S. R.; **Experimental Studies and Numerical Simulation of Evaporative Cooling of Air With a Water Spray - 1. Horizontal Parallel Flow.** International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 41, no. 2, pp. 447-464, 1998.

KANDLIKAR, S. G.; BAPAT, A. V.; **Evaluation of Jet Impingement Spray and Microchannel Chip Cooling Options for High Heat Flux Removal.** Heat Transfer Engineering, vol. 28, no. 11, pp. 911-923, 2007.

KALANTARI, D.; TROPEA, C.; **Spray Impact onto Flat and Rigid Walls: Empirical Characterization and Modeling.** International Journal of Multiphase Flow, vol. 33, pp. 525-544, 2007.

KAYS, W. M.; CRAWFORD, E. N.; **Convective Heat and Mass Transfer,** 3ª ed., New York: McGraw-Hill, 1993.

KHODABANDEH, R.; JONSSON, F.; XUEMIN, H.; PALM, B.; **Spray Cooling of Electronics Components.** International Congress of Refrigeration, Beijing, 2007.

KIM, J.; **Spray Cooling Heat Transfer: The State of the Art.** International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 28, pp. 753-767, 2007.

LEE, C.; LEE, K.; SENDA, J.; FUJIMOTO, H.; **A Study on the Spray-Wall Interaction Model Considering Degree of Superheat in the Wall Surface**. Numerical Heat Transfer, Parte B, vol. 40, pp. 495-513, 2001.

LEE, S. Y.; TARKIN, R. S.; **Study of Liquid Spray (Water) in a Non-Condensable Environment (Air)**. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 27, no. 3, pp. 351-361, 1984.

LEFEBVRE, A. H.; **Atomization and Sprays**. Hemisphere Publishing Corporation, 1989.

LEITCH, A. M.; BAINES, W. D.; **Liquid Volume Flux in a Weak Bubble Plume**. Journal of Fluid Mechanics, vol. 205, pp. 77-98, 1989.

LI, X.; GADDIS J. L.; WANG, T.; **Modeling of Heat Transfer in a Mist/Steam Impinging Jet**. Transactions of the ASME, vol. 123, pp. 1086-1092, 2001.

LIENHARD V, J. H.; **Heat Transfer by Impingement of Circular Free-Surface Liquid Jets**. ISHMT & ASME Heat and Mass Transfer Conference, Guwahati, India, pp. 206-221, 2004.

MARTIN, H.; **Heat and Mass Transfer between Impinging Gas Jet and Solid Surfaces**. Advances in Heat Transfer, vol. 13, Academic Press, Mew York, 1977.

MESLER, M.; **A Mechanism Supported by Extensive Experimental Evidence to Explain High Heat Fluxes Observed During Nucleate Boiling**. AIChE Journal, vol. 22, no. 2, pp. 246-252, 1976.

MESLER, M.; MAILEN, G.; **Nucleate Boiling in Thin Films**. AIChE Journal, vol. 23, no. 6, pp. 954-957, 1977.

MILLS, A. F.; **Heat and Mass Transfer**. 2<sup>a</sup> ed. New Jersey: Prentice-Hall, 2001.

MOREIRA, A. L. N.; PANÃO, M. R. O.; **Heat Transfer at Multiple-Intermittent Impacts of a Hollow Cone Spray**. International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 49, pp. 4132-4151, 2006.

NARUMANCHI, S.; TROSHKO, A.; BHARATHAN, D.; HASSANI, V.; **Numerical Simulations of Nucleate Boiling in Impinging Jets: Applications in Power Electronics Cooling**. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2007.

NISHIKAWA, K.; KUSUDA, H.; YAMASAKI, K.; TANAKA, K.; **Nucleate Boiling at Low Liquid Levels**. JSME, vol. 10, pp. 328, 1967.

PASANDIDEH-FARD, M.; AZIZ, S. D.; CHANDRA, S.; MOSTAGHIMI, J.; **Surface Cooling by an Impinging Water Droplet**. National Heat Transfer Conference, Albuquerque, 1999.

PASANDIDEH-FARD, M.; QIAO, Y. M.; CHANDRA, S.; MOSTAGHIMI, J.; **Capillary Effects During Droplet Impact on a Solid Surface**. Phys. Fluids, vol. 8, no. 3, pp. 650-659, 1996.

PAUTSCH, G.; **An Overview on the System Packaging of the Cray SV2 Supercomputer**. Advances in Electronics Packaging, Thermal Management Reliability, vol. 2, ASME, Kawai, pp. 617-624, 2001.

PAUTSCH, A. G.; **Heat Transfer and Film Thickness Characteristics of Spray Cooling with Phase Change**. Master Thesis, University of Wisconsin-Madison, 2004.

PAUTSCH, A. G.; SHEDD, T. A.; **Adiabatic and Diabatic Measurements of the Liquid Film Thickness During Spray Cooling with FC-72**. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 49, pp. 2610-2618, 2006.

RAHIMI, A.; TAHERI, M.; FATHIKALAJAHI, J.; **Mathematical Modeling of Heat and Mass Transfer in Hot Gas Spray Systems**. Chem. Eng. Comm, vol. 189, pp. 959-973, 2002.

RANZ, W.; MATSHALL, W.; Chem. Eng. Comm, vol. 48, no. 141, 1952.

SELVAM, R. P.; LIN, L.; PONNAPPAN, R.; **Direct Simulation Of Spray Cooling: Effect of Vapor Bubble Growth and Liquid Droplet Impact on Heat Transfer**. International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 49, pp. 4265-4278, 2006.

SHEDD, T. A.; **Next Generation Spray Cooling: High Heat Flux Management in Compact Spaces**. Heat Transfer Engineering, vol. 28, no. 2, pp. 87-92, 2007.

SILVA, C. S. B. da; CUNHA NETO, J. A. B. da; LAMBERTS, R.; **Spray Vaporization for Evaporation Cooling of Buildings**. International IBPSA Conference, Eindhoven, 2003.

SOCOLOFSKY, S. A.; CROUNSE, B. C.; ADAMS, E. E.; **Multi-Phase Plumes in Uniform, Stratified, and Flowing Environments**. Journal of Fluid Mechanics, 2000.

SODTKE, C.; STEPHAN, P.; **Spray Cooling on Micro Structured Surfaces**. International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 50, pp. 4089-4097, 2007.

SPIEGEL, M. R.; **Manual de Fórmulas, Métodos e Tabelas de Matemática**. 2ª ed. São Paulo: Makron, McGraw-Hill, 1992.

STARSAK, Z. J.; **Electronic Systems Maintenance Handbook**, CRC Press LCC, 2002.

TODA, S.; **Study of Mist Cooling**. Heat Transfer, Japanese Research, vol. 1, no. 3, pp. 39-50, 1972.

TODA, S.; UCHIDA, H.; **Study of Liquid Film Cooling with Evaporation and Boiling**. Heat Transfer, Japanese Research, vol. 2, no. 1, pp. 44-62, 1973.

TSAL, A. G.; **An Experimental Study of Jet Impingement and Spray Cooling**. Master Thesis, National Sun Yat-sen University, 2005.

VITA; **Stress Source in Electronics**, 2004, disponível em <http://www.vita.com/cool>.

WATSON, E. J.; **The Radial Spread of a Liquid Jet Over a Horizontal Plane**. Fluid Mechanics, vol. 20, no. 481, 1964.

WHITE, F. M.; **Viscous Fluid Flow**, 2<sup>a</sup> ed., New York: McGraw-Hill, pp. 158-160, 1991.

YAO, S. C.; CHOI, K. L.; **Heat Transfer Experiments of Mono-Dispersed Vertically Impacting Sprays**. International Journal of Multiphase Flow, vol. 13, no. 5, pp. 639-648, 1987.

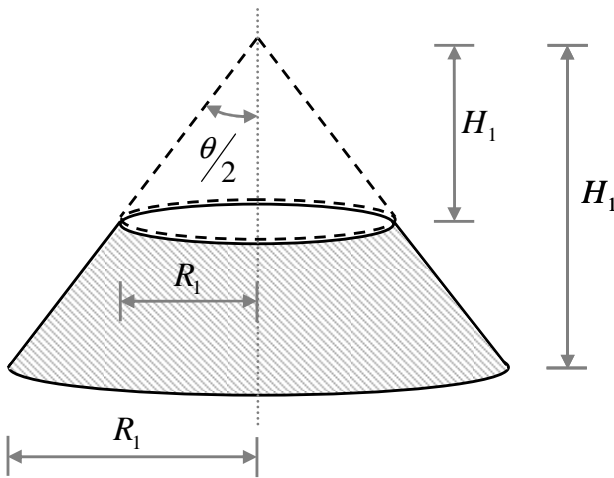
ZHIRNOV, V. V.; CAVIN, R. K.; HUTCHBY, J. A.; BOURIANOFF, G. I.; **Limits to Binary Logic Switch Scaling: a Gedanken Model**. IEEE, vol. 91, no. 11, pp. 1934-1039, 2003.



## Apêndice A

A área lateral de um tronco de cone de altura  $\Delta z$ , mostrada hachurada na Figura A.1, pode ser calculada pela subtração entre a área lateral de um cone de altura  $H_2$  e raio de base  $R_2$ , e a área lateral de um cone de altura  $H_1$  e raio de base  $R_1$ , sendo que,

$$\Delta z = H_2 - H_1 \quad (\text{A.1})$$



**Figura A.1** – Cálculo da área lateral de um tronco de cone.

A área lateral de um cone de altura  $H$ , raio da base  $R$  e ângulo  $\theta_{spray}$  é dada por (Spiegel, 1992):

$$A_{lat} = \frac{\pi R H}{\cos\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right)} \quad (\text{A.2})$$

Pode-se, então, calcular a área lateral do tronco de cone,

$$\Delta A_{lat} = \frac{\pi R_2 H_2}{\cos\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right)} - \frac{\pi R_1 H_1}{\cos\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right)} \quad (\text{A.3})$$

Rearranjando,

$$\Delta A_{lat} = \frac{\pi}{\cos\left(\theta_{spray}/2\right)} (R_2 H_2 - R_1 H_1) \quad (A.4)$$

Analisando a Figura A.1, pode-se afirmar, por semelhança de triângulos, que:

$$\frac{R_1}{H_1} = \frac{R_2}{H_2} \quad (A.5)$$

Ou seja,

$$R_1 H_2 - R_2 H_1 = 0 \quad (A.6)$$

Assim, a expressão  $R_1 H_2 - R_2 H_1$  pode ser somada aos termos entre parênteses da equação (A.4), sem qualquer prejuízo à veracidade da igualdade. Tem-se então,

$$\Delta A_{lat} = \frac{\pi}{\cos\left(\theta_{spray}/2\right)} (R_2 H_2 - R_1 H_1 + R_1 H_2 - R_2 H_1) \quad (A.7)$$

Rearranjando os termos entre parênteses como produto de dois fatores resulta,

$$\Delta A_{lat} = \frac{\pi(R_1 + R_2)}{\cos\left(\theta_{spray}/2\right)} (H_2 - H_1) \quad (A.8)$$

Finalmente, substituindo (A.1) na equação acima,

$$\Delta A_{lat} = \frac{\pi(R_1 + R_2)}{\cos\left(\theta_{spray}/2\right)} \Delta z \quad (A.9)$$



## Apêndice B

A equação da difusão do calor nas gotículas de líquido do spray é dada pela seguinte EDP:

$$\frac{1}{r_G^2} \frac{\partial}{\partial r_G} \left( r_G^2 \frac{\partial T_G}{\partial r_G} \right) = \frac{1}{\alpha_{T,L}} \frac{\partial T_G}{\partial t} \quad (\text{B.1})$$

As duas condições de contorno e a condição inicial do problema são, respectivamente:

$$T_G(a_G, t) = T_{\text{int},G} \quad (\text{B.2})$$

$$\left( \frac{dT_G}{dr_G} \right)_{r_G=0} = 0 \quad (\text{B.3})$$

e

$$T_G(r_G, 0) = T_{\text{inj},G} \quad (\text{B.4})$$

É necessário definir uma variável auxiliar, sendo:

$$\Theta = T_G - T_{\text{int},G} \quad (\text{B.5})$$

Substituindo a equação acima em (B.1), (B.2), (B.3) e (B.4), tem-se, respectivamente,

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\alpha_{T,L}}{r_G^2} \frac{\partial}{\partial r_G} \left( r_G^2 \frac{\partial \Theta}{\partial r_G} \right) \quad (\text{B.6})$$

$$\Theta(a_G, t) = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$\left( \frac{d\Theta}{dr_G} \right)_{r_G=0} = 0 \quad (\text{B.8})$$

e

$$\Theta(r_G, 0) = \Theta_{\text{inj}} \quad (\text{B.9})$$

Sendo que:

$$\Theta_{\text{inj}} = T_{\text{inj},G} - T_{\text{sat}} \quad (\text{B.10})$$

Utilizando o método da separação, se podem definir duas novas funções,  $E$  e  $G$ , que obedecem à seguinte consideração:

$$\Theta(r_G, t) = E(r_G)G(t) \quad (\text{B.11})$$

Substituindo em (B.6), tem-se,

$$E \frac{\partial G}{\partial t} = G \frac{\alpha_{T,L}}{r_G^2} \frac{\partial}{\partial r_G} \left( r_G^2 \frac{\partial E}{\partial r_G} \right) \quad (\text{B.12})$$

Rearranjando e introduzindo a variável auxiliar  $\lambda$  resulta,

$$\frac{1}{\alpha_{T,L}G} \frac{\partial G}{\partial t} = \frac{1}{r_G^2 E} \frac{\partial}{\partial r_G} \left( r_G^2 \frac{\partial E}{\partial r_G} \right) = \lambda^2 \quad (\text{B.13})$$

Têm-se então duas EDOs,

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \lambda^2 \alpha_{T,L} G = 0 \quad (\text{B.14})$$

e

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r_G^2} + \frac{2}{r_G} \frac{\partial E}{\partial r_G} + \lambda^2 E = 0 \quad (\text{B.15})$$

A EDO (B.14) pode ser resolvida por integração e sua solução geral é dada por:

$$G(t) = C_1 \exp(-\lambda^2 \alpha_{T,L} t) \quad (\text{B.16})$$

onde  $C_1$  é uma constante.

As condições de contorno para solução de (B.15) são obtidas pela substituição de (B.11) em (B.7) e (B.8). Assim tem-se,

$$E(a_G) = 0 \quad (\text{B.17})$$

e

$$\left( \frac{dE}{dr_G} \right)_{r_G=0} = 0 \quad (\text{B.18})$$

Para resolver a EDO, será efetuada uma mudança de variável, onde a nova variável auxiliar  $\xi$  é definida como:

$$\xi = \frac{r_G}{a_G} \quad (\text{B.19})$$

Substituindo na equação (B.15), e rearranjando, resulta:

$$\xi^2 \frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} + 2\xi \frac{\partial E}{\partial \xi} + \lambda^2 a_G^2 \xi^2 E = 0 \quad (\text{B.20})$$

Já as condições ficam:

$$E(1) = 0 \quad (\text{B.21})$$

e

$$\left( \frac{dE}{d\xi} \right)_{\xi=0} = 0 \quad (\text{B.22})$$

(B.20) possui solução geral analítica conhecida e é dada por:

$$E(\xi) = \frac{C_2}{\xi} \sin(K\xi) + \frac{C_3}{\xi} \cos(K\xi) \quad (\text{B.23})$$

onde  $C_2$  e  $C_3$  são constantes e  $K$  é igual à  $\lambda a_G$ .

Antes de aplicar a condição de contorno (B.22), deve-se derivar a equação acima em relação a  $x$ . Então,

$$\begin{aligned} \frac{dE}{d\xi} = & -\frac{C_2}{\xi^2} \sin(K\xi) + \frac{C_2}{\xi} K \cos(K\xi) - \dots \\ & \dots + \frac{C_3}{\xi^2} \cos(K\xi) - \frac{C_3}{\xi} K \sin(K\xi) \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Aplicando-se o limite para  $\xi$  tendendo a zero em cada termo do lado direito da equação, utilizando a Regra de L'Hospital, chega-se ao seguinte resultado:

$$\left( \frac{dE}{d\xi} \right)_{\xi=0} = -\frac{C_3}{2} K^2 \quad (\text{B.25})$$

Por (B.22), tem-se:

$$C_3 = 0 \quad (\text{B.26})$$

Aplicando então a outra condição de contorno, (B.21),

$$E(1) = C_2 \sin(K) = 0 \quad (\text{B.27})$$

Como, para evitar a solução trivial,  $C_2$  deve ser diferente de zero, tem-se:

$$\sin(K) = 0 \quad (\text{B.28})$$

Ou seja,

$$K_n = n\pi \quad \text{para} \quad n = 1, 2, 3... \quad (\text{B.29})$$

onde  $K_n$  é chamado autovalor.

A solução particular da EDO (B.15) é, então, dada por uma autofunção,

$$E_n(\xi) = \frac{\sin(n\pi\xi)}{\xi} \quad \text{para} \quad n = 1, 2, 3... \quad (\text{B.30})$$

Substituindo (B.19) em (B.30), tem-se a solução em função de  $r_G$ ,

$$E_n(r_G) = \frac{a_G}{r_G} \sin\left(n\pi \frac{r_G}{a_G}\right) \quad \text{para} \quad n = 1, 2, 3... \quad (\text{B.31})$$

Pela equação (B.16), têm-se a outra autofunção:

$$G_n(t) = C_n \exp\left(-n^2 \pi^2 \frac{\alpha_{T,L} t}{a_G^2}\right) \quad \text{para} \quad n = 1, 2, 3... \quad (\text{B.32})$$

Assim, considerando (B.11), tem-se,

$$\Theta_n(r_G, t) = C_n \frac{a_G}{r_G} \sin\left(n\pi \frac{r_G}{a_G}\right) \exp\left(-n^2 \pi^2 \frac{\alpha_{T,L} t}{a_G^2}\right) \quad \text{para} \quad n = 1, 2, 3... \quad (\text{B.33})$$

A solução geral da EDP (B.6) é dada pelo somatório das autofunções  $\Theta_n(r_G, t)$ , ou seja,

$$\Theta(r_G, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{a_G}{r_G} \sin\left(n\pi \frac{r_G}{a_G}\right) \exp\left(-n^2 \pi^2 \frac{\alpha_{T,L} t}{a_G^2}\right) \quad (\text{B.34})$$

Aplicando a condição inicial (B.9), e rearranjando, têm-se,

$$\Theta(r_G, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\left(n\pi \frac{r_G}{a_G}\right) = \Theta_{inj} \frac{r_G}{a_G} \quad (\text{B.35})$$

A equação representa uma Série de Fourier de Senos. Assim, pode-se aplicar a fórmula de Euler para descobrir o valor da constante  $C_n$ :

$$C_n = \frac{2}{a_G} \int_0^{a_G} \Theta_{inj} \frac{r_G}{a_G} \sin\left(n\pi \frac{r_G}{a_G}\right) dr_G \quad \text{para} \quad n = 1, 2, 3... \quad (\text{B.32})$$

Resolvendo a integral em (B.36) por partes, chega-se à:

$$C_n = \frac{2\Theta_{inj}}{n^2 \pi^2} [\sin(n\pi) - n\pi \cos(n\pi)] \quad \text{para } n = 1, 2, 3... \quad (\text{B.32})$$

Como  $n$  é inteiro, o termo  $\sin(n\pi)$  é nulo e a equação resulta:

$$C_n = -2\Theta_{inj} \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} \quad \text{para } n = 1, 2, 3... \quad (\text{B.32})$$

Substituindo em (B.34), e rearranjando,

$$\begin{aligned} \Theta(r_G, t) = & -\frac{2a_G}{r_G} \Theta_{inj} \dots \\ & \dots \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi r_G}{a_G}\right) \exp\left[-(n\pi)^2 \frac{\alpha_{T,L} t}{a_G^2}\right] \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

Voltando a variável  $T_G(r_G, t)$  a partir de (B.5), tem-se finalmente,

$$\begin{aligned} T_G(r_G, t) = & T_{sat} - \frac{2a_G}{r_G} (T_{inj,G} - T_{sat}) \dots \\ & \dots \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi r_G}{a_G}\right) \exp\left[-(n\pi)^2 \frac{\alpha_{T,L} t}{a_G^2}\right] \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$



## Apêndice C

Substituindo (3.52), (3.53), (3.54), (3.55) e (3.62) nas equações (3.10), (3.15), (3.28) e (3.47), e rearranjando, tem-se, respectivamente:

$$\frac{\Delta(\alpha A_T V_G)}{\Delta z} = -\frac{3\alpha}{a_G} \frac{\dot{m}_{\text{int}}'' A_T}{\rho_L} \quad (\text{C.1})$$

$$\frac{\Delta[(1-\alpha)A_T V_V]}{\Delta z} = \frac{\dot{m}_{\text{lar},V}''}{\rho_V} \frac{\pi(R_1 + R_2)}{\cos\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right)} + \frac{3\alpha}{a_G} \frac{\dot{m}_{\text{int}}'' A_T}{\rho_V} \quad (\text{C.2})$$

$$\frac{\Delta(\alpha A_T V_G^2)}{\Delta z} = -\frac{3\alpha}{a_G} \frac{A_T}{\rho_L} [\tau_{LV} + V_G \dot{m}_{\text{int}}''] \quad (\text{C.3})$$

e

$$\frac{\Delta[(1-\alpha)A_T V_V^2]}{\Delta z} = \frac{3\alpha}{a_G} \frac{A_T}{\rho_V} [\tau_{VL} + V_V \dot{m}_{\text{int}}''] \quad (\text{C.4})$$

Sendo  $\Delta z$  uma dimensão infinitesimal, pode-se aplicar a definição de derivada. Então,

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta(\alpha A_T V_G)}{\Delta z} = \frac{d(\alpha A_T V_G)}{dz} \quad (\text{C.5})$$

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta[(1-\alpha)A_T V_V]}{\Delta z} = \frac{d[(1-\alpha)A_T V_V]}{dz} \quad (\text{C.6})$$

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta(\alpha A_T V_G^2)}{\Delta z} = \frac{d(\alpha A_T V_G^2)}{dz} \quad (\text{C.7})$$

e

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta[(1-\alpha)A_T V_V^2]}{\Delta z} = \frac{d[(1-\alpha)A_T V_V^2]}{dz} \quad (\text{C.8})$$

Substituindo (C.5), (C.6), (C.7), (C.8), e ainda (3.66), nas equações (C.1), (C.2), (C.3) e (C.4), resulta:

$$\frac{d(\alpha A_T V_G)}{dz} = -\frac{3\alpha}{a_G} \frac{\dot{m}_{\text{int}}'' A_T}{\rho_L} \quad (\text{C.9})$$

$$\frac{d[(1-\alpha)A_T V_V]}{dz} = \frac{\dot{m}_{\text{lat},V}''}{\rho_V} \frac{\pi(R_1 + R_2)}{\cos\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right)} + \frac{3\alpha}{a_G} \frac{\dot{m}_{\text{int}}'' A_T}{\rho_V} \quad (\text{C.10})$$

$$\frac{d(\alpha A_T V_G^2)}{dz} = -\frac{3\alpha}{a_G} \frac{A_T}{\rho_L} [\tau_{LV} + V_G \dot{m}_{\text{int}}''] \quad (\text{C.11})$$

e

$$\frac{d[(1-\alpha)A_T V_V^2]}{dz} = \frac{3\alpha}{a_G} \frac{A_T}{\rho_V} [\tau_{LV} + V_G \dot{m}_{\text{int}}''] \quad (\text{C.12})$$

Aplicando a derivada do produto aos termos à direita do sinal de igualdade,

$$A_T V_G \frac{d\alpha}{dz} + \alpha V_G \frac{dA_T}{dz} + \alpha A_T \frac{dV_G}{dz} = -\frac{3\alpha}{a_G} \frac{\dot{m}_{\text{int}}'' A_T}{\rho_L} \quad (\text{C.13})$$

$$\begin{aligned} & -A_T V_V \frac{d\alpha}{dz} + (1-\alpha) V_V \frac{dA_T}{dz} + \dots \\ & \dots + (1-\alpha) A_T \frac{dV_V}{dz} = \frac{\dot{m}_{\text{lat},V}''}{\rho_V} \frac{\pi(R_1 + R_2)}{\cos\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right)} + \frac{3\alpha}{a_G} \frac{\dot{m}_{\text{int}}'' A_T}{\rho_V} \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

$$\begin{aligned} & A_T V_G^2 \frac{d\alpha}{dz} + \alpha V_G^2 \frac{dA_T}{dz} + 2\alpha A_T V_G \frac{dV_G}{dz} = \dots \\ & = \dots - \frac{3\alpha}{a_G} \frac{A_T}{\rho_L} [\tau_{LV} + V_G \dot{m}_{\text{int}}''] \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

e



$$\begin{aligned}
& -A_T V_V^2 \frac{d\alpha}{dz} + (1-\alpha) V_V^2 \frac{dA_T}{dz} + \dots \\
& \dots + 2(1-\alpha) A_T V_V \frac{dV_V}{dz} = \frac{3\alpha}{a_G} \frac{A_T}{\rho_V} [\tau_{LV} + V_G \dot{m}_{\text{int}}'']
\end{aligned} \tag{C.16}$$

Substituindo, nas equações acima, o valor de  $A_T$ , dado por (3.58),

$$\begin{aligned}
& \pi \left[ \frac{d_{\text{inj}}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right) \right]^2 V_F \frac{d\alpha}{dz} + \dots \\
& \dots + 2\pi \left[ \frac{d_{\text{inj}}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right) \right] \tan\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right) \alpha V_G + \dots \\
& \dots + \pi \left[ \frac{d_{\text{inj}}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right) \right]^2 \alpha \frac{dV_G}{dz} = \dots \\
& \dots = -\frac{3\alpha}{a_G} \frac{\dot{m}_{\text{int}}'' \pi \left[ \frac{d_{\text{inj}}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right) \right]^2}{\rho_L}
\end{aligned} \tag{C.17}$$

$$\begin{aligned}
& -\pi \left[ \frac{d_{\text{inj}}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right) \right]^2 V_V \frac{d\alpha}{dz} + \dots \\
& \dots + 2\pi \left[ \frac{d_{\text{inj}}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right) \right] \tan\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right) (1-\alpha) V_V + \dots \\
& \dots + \pi \left[ \frac{d_{\text{inj}}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right) \right]^2 (1-\alpha) \frac{dV_V}{dz} = \dots \\
& \dots = \frac{\dot{m}_{\text{lat},V}''}{\rho_V} \frac{\pi(R_1 + R_2)}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} + \frac{3\alpha}{a_G} \frac{\dot{m}_{\text{int}}'' \pi \left[ \frac{d_{\text{inj}}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{\text{spray}}}{2}\right) \right]^2}{\rho_V}
\end{aligned} \tag{C.18}$$

$$\begin{aligned}
& \pi \left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]^2 V_G^2 \frac{d\alpha}{dz} + \dots \\
& \dots + 2\pi \left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right] \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \alpha V_G^2 + \dots \\
& \dots + 2\pi \left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]^2 \alpha V_G \frac{dV_G}{dz} = \dots \tag{C.19} \\
& \dots = -\frac{3\alpha}{a_G} \frac{\pi \left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]^2}{\rho_L} [\tau_{LV} + V_G \dot{m}_{int}'' ]
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
& -\pi \left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]^2 V_V^2 \frac{d\alpha}{dz} + \dots \\
& \dots + 2\pi \left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right] \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) (1-\alpha) V_V^2 + \dots \\
& \dots + 2\pi \left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]^2 (1-\alpha) V_V \frac{dV_V}{dz} = \dots \tag{C.20} \\
& \dots = \frac{3\alpha}{a_G} \frac{\pi \left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]^2}{\rho_V} [\tau_{LV} + V_G \dot{m}_{int}'']
\end{aligned}$$

Rearranjando, tem-se,

$$\frac{d\alpha}{dz} = -\frac{\alpha}{V_G} \frac{dV_G}{dz} - \frac{3\alpha}{a_G} \frac{\dot{m}_{int}''}{\rho_L V_G} - \frac{2\alpha \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right)}{\left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]} \tag{C.21}$$

$$\dot{m}_{lat,V}'' = \frac{\rho_V \cos\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right)}{(R_1 + R_2)} \left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right] \dots$$

$$\dots \left\{ \begin{aligned} & \left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right] \dots \\ & \left[ (1-\alpha) \frac{dV_V}{dz} - V_V \frac{d\alpha}{dz} - \frac{3\alpha}{a_G} \dot{m}_{int}'' \right] + \dots \\ & \dots + 2(1-\alpha) V_V \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \end{aligned} \right\} \quad (C.22)$$

$$\frac{dV_G}{dz} = -\frac{V_G}{2\alpha} \frac{d\alpha}{dz} - \frac{3}{2a_G} \frac{\dot{m}_{int}''}{\rho_L} - \frac{3}{2a_G} \frac{\tau_{LV}}{\rho_L V_G} + \dots$$

$$\dots - \frac{V_G \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right)}{\left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]} \quad (C.23)$$

e

$$\frac{dV_V}{dz} = \frac{V_V}{2(1-\alpha)} \frac{d\alpha}{dz} + \frac{3\alpha}{2a_G \rho_V (1-\alpha) V_V} [\dot{m}_{int}'' V_G + \tau_{LV}] + \dots$$

$$\dots - \frac{V_V \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right)}{\left[ \frac{d_{inj}}{2} + z \tan\left(\frac{\theta_{spray}}{2}\right) \right]} \quad (C.24)$$

A equação (3.102) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial a_G}{\partial z} = -\frac{\dot{m}_{int}''}{\rho_L V_G} \quad (C.25)$$

Substituindo a equação (3.62) na equação (3.45), e rearranjando:

$$\dot{m}_{int}'' = -\frac{k_L}{h_{LV}} \left( \frac{dT_G}{dr_G} \right)_{r_G=a_G} - \frac{h_{conv,G}}{h_{LV}} [T_{int,G} - T_V] \quad (C.26)$$



## Apêndice D

Para fazer uma análise da ordem de grandeza do termo  $m\dot{m}_{G,F}''$ , deve-se primeiro avaliar os termos que o compõe. Com base nas equações (5.4) e (5.22), tem-se que:

$$m\dot{m}_{G,F}'' \approx \rho_L V_{G,F} U_{G,F} \alpha_F \quad (D.1)$$

A densidade dos líquidos, no cenário do resfriamento por sprays, possui  $o(1000)$ . Ordens de grandeza de  $V_{G,F}$ ,  $U_G$  e  $\alpha$  previstos pelo modelo são, respectivamente,  $o(10)$ ,  $o(10)$  e  $o(0,001)$ . Assim,

$$o(m\dot{m}_{G,F}'') = o(1000)o(10)o(10)o(0,001) = o(100) \quad (D.2)$$

Analisando agora  $\tau_W$ , sabe-se que:

$$\tau_W \approx \mu_L \frac{\overline{U_F}}{\delta_F} \quad (D.3)$$

Fazendo novamente uma análise dos termos individuais, tem-se que as ordens de grandeza de  $\mu_L$ ,  $U_F$  e  $\delta_F$  são  $o(0,001)$ ,  $o(10)$  e  $o(0,0001)$ . Então, a ordem de grandeza de  $\tau_W$  resulta:

$$o(\tau_W) = o(0,001) \frac{o(10)}{o(0,0001)} = o(100) \quad (D.4)$$

Da definição de  $\tau_{LV,F}$ , tem-se:

$$\tau_{LV,F} \approx C_{D,F} \rho_V (U_V - \overline{U_F})^2 \quad (D.5)$$

A ordem de grandeza do coeficiente de o arrasto sobre uma placa plana é de  $o(0,01)$ . Os fluidos de trabalho utilizados no resfriamento por sprays possuem, geralmente,  $\rho_V$  da ordem de  $o(1)$ . Pelos valores de  $U_V$  e  $\overline{U_F}$  obtidos pelo modelo, sabe-se que a diferença entre eles possui ordem de grandeza de  $o(1)$ . Portanto,

$$o(\tau_{LV,F}) = o(0,01)o(1)o(1)^2 = o(0,01) \quad (D.6)$$

Pelas equações (D.2), (D.4) e (D.6), conclui-se que o  $\tau_{LV,F}$  é muito menor que  $m\dot{m}_{G,F}''$  e  $\tau_W$ .